

PROFIL GENERALISASI BERDASARKAN PERSPEKTIF SEMIOTIK SISWA OPERASIONAL KONKRET DAN OPERASIONAL FORMAL

Mu'jizatin Fadiana¹⁾, Siti M Amin²⁾, Agung Lukito³⁾

¹ Universitas PGRI Ronggolawe Tuban, ^{2,3} Universitas Negeri Surabaya

Email: ¹mujizatinfadiana@mhs.unesa.ac.id, ²sitiamin@unesa.ac.id, ³agunglukito@unesa.ac.id

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan proses generalisasi berdasarkan perspektif semiotik pada siswa operasional konkret dan operasional formal. Material semiotik yang akan dianalisis meliputi, gestur, ucapan dan tulisan. Penelitian kualitatif eksploratif ini dilaksanakan di salah satu SMP swasta di Tuban Jawa Timur Indonesia. Subjek dalam penelitian ini adalah seorang siswa Kelas VII yang berada pada tahap operasional konkret dan operasional formal. Subjek dipilih dengan menggunakan instrument GALT (*Group of Assessment of Logical Thinking*). Data dikumpulkan dengan *think aloud*, yaitu saat menyelesaikan tugas generalisasi pola, siswa menyatakan proses berpikirnya secara lisan. Selain itu, juga dilakukan wawancara. Data yang telah terkumpul kemudian dianalisis dengan menggunakan teknik analisis data kualitatif. Hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa operasional konkret melalui tiga tahapan proses generalisasi, sedangkan siswa operasional formal melalui empat tahapan proses generalisasi. Tahapan membuktikan kebenaran rumus umum tidak dilakukan oleh siswa operasional konkret. Siswa operasional konkret menyatakan produk generalisasi dalam bentuk kalimat sederhana berdasarkan pada konteks gambar yang dilihat, sedangkan siswa operasional formal menyatakan produk generalisasi dalam bentuk aljabar simbolik.

Kata kunci: generalisasi, pola bergambar, perspektif semiotik, perkembangan kognitif.

PENDAHULUAN

Pola merupakan topik penting yang mendasari belajar dan berpikir matematis. Matematika sering disebut sebagai “ilmu tentang pola” (Resnik, 2005; Tikerar, 2009). Perspektif ini menyoroti keberadaan pola di semua bidang matematika. Secara khusus, pola dipandang oleh beberapa peneliti sebagai cara untuk mengembangkan berpikir aljabar karena merupakan langkah mendasar untuk membangun generalisasi yang merupakan esensi dari matematika (Orton & orton, 1999; Zaskis & Lijedahl, 2002).

Generalisasi merupakan kompetensi yang diperhatikan dalam pembelajaran matematika di semua tingkatan. Misalnya, dalam bidang aritmatika siswa bisa menggeneralisasi bahwa perkalian dari setiap bilangan bulat dengan bilangan 5 akan menghasilkan bilangan bulat dengan digit terakhir 0 atau 5. Dalam bidang geometri, teorema-teorema dalam geometri dapat dianggap sebagai produk generalisasi (Mason, 1996). Sedangkan Blanton & Kaput (2011) mengatakan bahwa

generalisasi dan formalisasi adalah intrinsik pada aktivitas dan berpikir matematika. Sedangkan generalisasi pola bergambar geometris dapat membantu mengembangkan kemampuan visualisasi, penalaran dan argumentasi siswa (Healy & Hoyles, 1996; Presmeg, 2006).

Dalam menyelesaikan tugas generalisasi pola, siswa menggunakan strategi yang berbeda-beda (Fadiana, 2016). Masing-masing strategi yang digunakan oleh siswa disertai tanda-tanda yang menarik untuk diteliti, baik secara mental (proses berpikir) maupun fisik (gestur, kata-kata, simbol tertulis, gambar dan sebagainya). Sebuah teori yang mempelajari tentang tanda, fungsinya tanda dan makna yang dihasilkan oleh tanda adalah teori semiotik. Simbol atau tanda yang dibentuk oleh siswa dapat dikaji melalui teori semiotik dengan interpretasi sesuai konteks yang dipelajari. Matematika merupakan pengetahuan siswa yang terkait dengan tanda berbasis aktivitas. Semiotik sangat tepat apabila diterapkan dalam matematika (Ernest, 2006). Tarasenkova

(2013) mengemukakan bahwa memahami operasi dan konteks matematika yang abstrak tidak mungkin tanpa aktivitas semiotik tertentu. Beberapa komponen semiotik yang muncul pada aktivitas generalisasi pola meliputi gestur, ucapan dan simbol (Inganah & Subanji, 2013).

Gestur atau gerak tubuh yang menyertai siswa dalam menggeneralisasi pola dapat berupa ekspresi jari tangan atau mimik pada saat menganalisis banyak bentuk geometris yang membentuk pola. Dalam penelitian ini gesture yang akan diamati adalah gesture yang dikembangkan oleh Alibali & Nathan (2007) yang meliputi tiga jenis gesture yaitu; 1) gestur menunjuk (*pointing gesture*), (2) gesture representasional (*representational gesture*), dan (3) gesture menulis (*writing gesture*). Ucapan pada proses generalisasi pola diungkapkan oleh siswa dalam bentuk kata-kata atau kalimat. Kata-kata atau kalimat dinyatakan oleh siswa melalui ucapan atau dalam bentuk tulisan. Sebagai contoh, siswa menyatakan kesamaan pada gambar ke-1, ke-2 dan ke-3 dalam pola dengan mengucapkan “selalu bertambah dua”. Sedangkan simbol yang muncul pada proses generalisasi pola dapat berupa tanda, gambar, dan huruf. Siswa biasanya menggunakan simbol atau tanda yang telah dipahami maknanya dalam proses generalisasi pola. Sebagai contoh, siswa menyatakan kesamaan pola dengan tanda “+2”. Simbol atau tanda tersebut dimaknai siswa sebagai “tambah dua” atau “naik dua”.

Orton & Orton (1996,1999) menyatakan bahwa tahapan perkembangan kemampuan pola pada anak-anak sesuai sistem klasifikasi yang hierarkis. Kerangka hierarkis ini bersesuaian dengan domain kognitif secara umum. Labinowics (1980) menjelaskan bahwa domain kognitif secara umum dibangun berdasarkan teori perkembangan kognitif Piaget. Orton & Orton (1999) juga mengatakan bahwa jawaban pertanyaan antara orang dewasa dan anak-anak tentang pola kuadrat dan

pola linier dapat diklasifikasikan ke dalam tahapan dari mulai jawaban berupa bilangan yang konkret hingga generalisasi secara aljabar.

Berkaitan dengan perkembangan kognitif individu, berpikir logis merupakan cara yang paling tepat untuk mengidentifikasi tingkat perkembangan kognitif individu antara tahap operasional konkret atau tahap operasional formal (Atherson, 2013). Berpikir logis juga dianggap sebagai karakteristik yang ada pada manusia pada umumnya dan merupakan keterampilan kognitif tingkat tinggi. Keterampilan berpikir logis belum muncul sebelum tahap operasi konkret (Minderovic, 2001). Roadrangka (1982) telah membuat tiga tahap perkembangan kognitif individu dengan menggunakan pengukuran tingkat kemampuan berpikir logis, yaitu: tahap operasional konkret, tahap transisional dan tahap operasional formal. Dari beberapa pendapat ini, dapat disimpulkan bahwa tingkat kemampuan berpikir logis memberikan kita informasi tentang tingkat perkembangan kognitif individu.

Perspektif semiotik tepat digunakan untuk mengeksplor proses generalisasi yang dibangun oleh siswa dengan tingkat perkembangan kognitif yang berbeda. Gestur, kata-kata yang diucapkan maupun tulisan siswa kemungkinan besar akan berbeda-beda. Pendapat ini diperkuat dengan penelitian MacGregor & Stacey (1993), tugas generalisasi pola yang diberikan pada anak usia 14 – 15 tahun, salah satu kesulitan yang dirasakan oleh subjek penelitian adalah memformulasikan generalisasi ke dalam bentuk aljabar. Subjek mengartikulasi struktur pola menggunakan bahasanya sendiri. Sehingga generalisasi mereka nyatakan dalam bentuk bahasa sehari-hari. Orton et al. (1999) juga mengatakan bahwa siswa menyatakan hasil dalam bentuk kata-kata (bahasa sehari-hari) seringkali dijumpai ketika siswa tidak mampu untuk menyatakan dalam bentuk ekspresi aljabar. Sejalan dengan pendapat

ini, hasil Inganah (2015) menyatakan bahwa gestur, kata-kata yang diucapkan, simbol tertulis merupakan komponen semiotik yang bersesuaian dalam mediasi empat kategori berpikir aljabar, yaitu; *factual*, *contextual*, *symbolic short jumping* dan *symbolic high jumping*.

Berdasarkan paparan di atas, maka penelitian ini dilakukan untuk menjawab pertanyaan bagaimana profil generalisasi siswa operasional konkret dan siswa operasional formal berdasarkan perspektif semiotik. Penelitian ini berfokus pada profil generalisasi pola, yaitu gambaran siswa dalam menghasilkan generalisasi (rumus umum) dari pola bergambar yang diberikan. Proses generalisasi terdiri dari empat tahap, yaitu menemukan keteraturan, mengonfirmasi keteraturan, menghasilkan rumus umum, dan membuktikan kebenaran rumus umum yang dihasilkan (Fadiana, 2017).

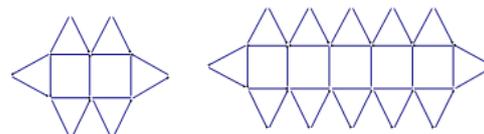
METODE

Penelitian kualitatif ini dilaksanakan di salah satu SMP swasta Tuban Jawa timur Indonesia. Subjek penelitian adalah siswa Kelas VII berjenis kelamin laki-laki dengan kemampuan berpikir logis berada pada tahap operasional konkret dan operasional formal. Pemilihan subjek penelitian menggunakan instrument GALT (*Group of Assessment of Logical Thinking*) yang telah dikembangkan oleh Roadranga (1982). GALT yang disederhanakan (*abbreviated GALT*) adalah berbentuk *paper and pencil test* yang berisi 12 soal. Tes ini menggunakan soal pilihan ganda yang menyajikan pertanyaan dan kemungkinan jawaban beserta pilihan alasan dibalik jawaban. Terdapat gambar yang disertakan pada setiap butir soal untuk memvisualkan masalah. Setiap butir soal yang jawabannya benar diberikan skor 1. Apabila jawaban salah atau tidak menjawab diberikan skor 0. Sehingga skor maksimum adalah 12 dan skor minimum adalah 0. Selanjutnya, skor yang diperoleh diklasifikasikan sebagai berikut; skor 0-4 dikelompokkan pada tahap

operasional konkret, skor 5-7 adalah tahap transisional, dan skor 8-12 termasuk tahap operasional formal (Roadranga, 1982)

Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah peneliti sebagai instrumen utama, lembar tugas generalisasi pola (TGP), dan alat perekam audiovisual. Peneliti sebagai instrumen utama bertindak sebagai perencana, pengumpul data, penganalisis data, penafsir data, dan pelapor hasil penelitian. Selama menyelesaikan tugas generalisasi pola, siswa diminta untuk mengungkapkan secara lisan semua yang sedang dipikirkan. Oleh karena itu pengumpulan data dalam penelitian ini dikatakan *think aloud*. Kegiatan ini direkam dengan audiovisual. Untuk memperoleh data yang valid, dilakukan wawancara. Masalah yang diberikan pada waktu wawancara setara dengan TGP, sedang pertanyaannya sama dengan TGP. Adapun tugas generalisasi pola yang diberikan adalah sebagai berikut.

Gambar berikut terdiri dari persegi dan segi tiga yang tersusun dari batang korek api



Konfigurasi (a)

Konfigurasi (b)

- Tuliskan informasi yang kamu dapatkan setelah memperhatikan konfigurasi (a) dan konfigurasi (b)!
- Berapa batang korek api yang dibutuhkan untuk 6 persegi? Jelaskan alasanmu!
- Berapa batang korek api yang dibutuhkan untuk 50 persegi? Jelaskan alasanmu!
- Jika ada n -persegi, berapa batang korek api yang dibutuhkan?
- Buktikan kebenaran rumus yang sudah kamu temukan pada jawaban d!

Data hasil tugas generalisasi pola secara tertulis, hasil *think aloud*, hasil pengamatan, dan hasil wawancara, baik

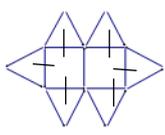
yang berupa data verbal maupun perilaku dianalisis dengan tahap-tahap: 1) mentranskripsikan seluruh data verbal, 2) mereduksi data dengan membuat abstraksi, 3) menyusun ke dalam satuan satuan yang dikategorisasikan dengan membuat koding, 5) menganalisis proses generalisasi pola berdasarkan perspektif semiotik, dan (5) penarikan kesimpulan. Lembar jawaban TGP dan hasil wawancara dianalisis berdasarkan indikator proses generalisasi menurut Fadiana (2017).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Analisis data pada penelitian ini difokuskan pada proses generalisasi subjek penelitian berdasarkan tahap-tahap generalisasi yang dikembangkan oleh Fadiana (2017), yaitu menemukan keteraturan, mengonfirmasi keteraturan, menghasilkan rumus umum (generalisasi) dan membuktikan kebenaran rumus umum. Subjek penelitian siswa operasional konkret diberikan nama inisial SK, sedangkan siswa operasional formal diberikan nama inisial SF. Berikut profil generalisasi dari SK dan SF berdasarkan perspektif semiotik.

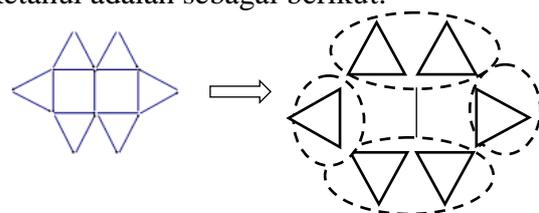
Profil generalisasi subjek SK berdasarkan perspektif semiotik

SK memulai proses generalisasi dengan tahap menemukan keteraturan secara mendalam dan terperinci. SK memfokuskan pengamatan pada susunan batang korek api yang membentuk segitiga dan garis vertikal. SK menghitung masing-masing bagian dengan cara membilang. SK menggunakan operasi penjumlahan, yaitu menjumlahkan banyak batang korek api yang menyusun segitiga dan banyak batang korek api berupa garis vertikal. Pada tahap menemukan keteraturan, SK dimediasi oleh gesture, ucapan dan simbol tertulis. Terdapat kesesuaian antara gesture, simbol tertulis dan ucapan SK dalam mengidentifikasi batang korek api yang sudah dihitung.

		“ini sudah, ini sudah, sudah, sudah, sudah, sudah”
<i>Gestur representasional</i>	<i>Simbol tertulis</i>	<i>Ucapan</i>

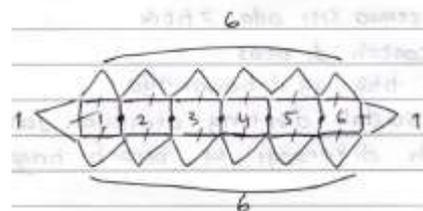
Gambar 1. Kesesuaian antara gesture, simbol tertulis dan ucapan SK

Visualisasi dari keteraturan yang telah ditemukan oleh SK dari kedua gambar yang diketahui adalah sebagai berikut.

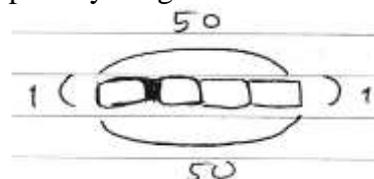


Gambar 2 Visualisasi subjek SK dalam menemukan keteraturan

Pada tahap mengkonfirmasi keteraturan, SK selalu menggambar konfigurasi batang korek api yang dimaksud, baik berupa gambar sempurna maupun berupa sketsa. SK mengkonfirmasi keteraturan dengan cara menerapkan prinsip keteraturan yang telah ditemukan pada pertanyaan generalisasi dekat (gambar berikutnya) dan generalisasi jauh (gambar 50 persegi). Dalam mengkonfirmasi keteraturan dimediasi oleh gesture, ucapan dan simbol. SK tidak mengubah keteraturan yang telah ditemukan.



Gambar 3. Gambar SK dalam menjawab pertanyaan generalisasi dekat



Gambar 4. Gambar SK dalam menjawab pertanyaan generalisasi jauh

SK melanjutkan langkah menghasilkan rumus umum. SK menggeneralisasi pola berdasarkan konteks yang termuat secara eksplisit pada pola (misalnya gambar berikutnya, segitiga atas, segitiga bawah, segitiga kiri, kanan dan sebagainya). Dalam menghasilkan rumus umum, SK dimediasi oleh ucapan dan simbol tertulis. Produk generalisasi dinyatakan dalam bentuk kalimat atau kata-kata (tidak menyatakan rumus umum dalam bentuk aljabar simbolik). Variabel kurang mempunyai peranan dalam tahap ini. SK kurang memahami makna variabel n , sehingga SK mengkonstruksi aturan atau rumus untuk menentukan banyak batang korek api pada n -persegi dengan menggunakan kalimat sederhana yang merupakan aturan dasar pola. Rumus umum yang diberikan adalah sebagai berikut "Segitiga atas dan bawah sama dengan banyaknya persegi, lalu ditambah segitiga samping kanan 1 segitiga samping kiri 1. Banyaknya segitiga dikalikan 3. Terus menghitung banyaknya garis tengah. Banyaknya garis tengah sama dengan banyaknya persegi dikurangi 1. Habis itu dijumlahkan semua hasilnya".

Dan terakhir, pada tahap membuktikan kebenaran rumus umum, SK melalui secara tidak sempurna. SK tidak membuktikan kebenaran rumus umum.

Profil generalisasi subjek SF berdasarkan perspektif semiotik.

SF memulai proses generalisasi pola dengan melalui tahap menemukan keteraturan. SF memperhatikan konfigurasi (a) dan (b). SF mengidentifikasi dua konfigurasi yang diketahui membentuk keteraturan. SF mengidentifikasi adanya hubungan kuantitatif antara banyak persegi dengan banyak segitiga pada konfigurasi (a) dan (b). Hubungan kuantitatif yang dimaksud adalah pada konfigurasi (a) terdapat 2 persegi yang dikelilingi 6 segitiga, sedangkan pada konfigurasi (b), terdapat 5 persegi yang dikelilingi 12 segitiga. Pada tahap menemukan

keteraturan, SF dimediasi oleh gestur menunjuk dan ucapan.

Pada tahap mengkonfirmasi keteraturan, SF mengawali dengan mengamati konfigurasi (a) dan (b), kemudian menghitung banyak batang korek api pada konfigurasi (a) dan (b) dengan dimediasi oleh gestur menunjuk. Dalam menjawab pertanyaan tentang generalisasi dekat (*near generalization*), SF menambahkan 1 persegi, 1 bentuk "V" di atas dan 1 bentuk "V" di bawah pada konfigurasi (b) dengan dimediasi gestur representasional. SF menyebut bentuk "V" sebagai segitiga. SF menghitung banyak batang korek api yang baru ditambahkan, kemudian menghitung banyak batang korek api secara keseluruhan, yaitu dengan cara menjumlahkan banyak batang korek api pada konfigurasi (b) dengan batang korek api yang baru ditambahkan.



Gambar 5.
(a) Gestur representasional SF menggambarkan segitiga
(b) Gestur representasional SF menghitung banyak batang korek api

Untuk menjawab pertanyaan tentang generalisasi jauh (*far generalization*), SF menggambar konfigurasi batang korek api yang terdiri dari 1 persegi, kemudian subjek menghitungnya. SF menggambar konfigurasi batang korek api yang terdiri dari 3 persegi dan menghitungnya. SF membentuk barisan bilangan dari konfigurasi 1 persegi, 2 persegi, dan 3 persegi. SF mengidentifikasi beda barisan bilangan dan permulaan barisan bilangan. Dalam merefleksikan banyak batang korek api ke dalam pola barisan bilangan, SF banyak dimediasi oleh ucapan, simbol dan gestur menulis. SF membuat simbol-simbol

husus, misalnya SF menggunakan simbol “=” untuk menyatakan banyak batang korek api pada konfigurasi yang dimaksud, SF menggunakan simbol panah ke bawah untuk menyatakan selisih antara konfigurasi 1 persegi dan 2 persegi, dan SF menggunakan simbol “+7” untuk menyatakan beda barisan bilangan.

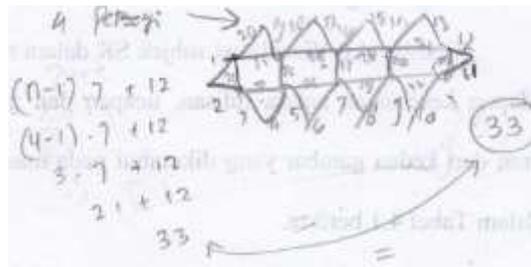
$$\begin{array}{l} 1 = 12 \\ 2 = 19 \\ 3 = 26 \end{array} \quad \begin{array}{l} \downarrow +7 \\ \downarrow +7 \end{array}$$

Selanjutnya dengan menggunakan beda barisan bilangan dan permulaan barisan bilangan yang telah ditemukan, SF menentukan banyak batang korek api dari konfigurasi 50 persegi.

$$\begin{array}{l} (50 - 1) \cdot 7 + 12 \\ 49 \cdot 7 + 12 \\ 355 \end{array}$$

Analisis struktur dan analisis hubungan kuantitatif yang dilakukan berulang kali oleh SF pada langkah menemukan keteraturan dan mengonfirmasi keteraturan mampu mengantarkan SF untuk menghasilkan rumus umum. Pada langkah menghasilkan rumus umum, SF dimediasi oleh simbol. Produk generalisasi yang dinyatakan oleh SF menggunakan variabel dengan menggunakan operasi penjumlahan dan perkalian.

Simbol variabel mempunyai peranan bagi SF dalam menggeneralisasi. SF memahami makna variabel n , sehingga SF mengkonstruksi aturan atau rumus untuk menentukan banyak batang korek api pada gambar ke- n dengan menggunakan variabel. Aturan banyak batang korek api pada gambar n -persegi yang diberikan oleh SF adalah $(n-1) \cdot 7 + 12$. Selanjutnya, SF menyederhanakan rumus untuk menentukan banyak batang korek api pada konfigurasi n persegi menjadi $7n + 5$.



SF membuktikan kebenaran rumus umum dengan cara mencocokkan antara hasil penghitungan melalui gambar dan hasil penghitungan melalui rumus. SF mengambil contoh konfigurasi batang korek api yang belum pernah dihitung sebelumnya, yaitu konfigurasi batang korek api 4 persegi. SF menggambar konfigurasi batang korek api yang terdiri atas 4 persegi. SF menghitung banyak batang korek api pada konfigurasi 4 persegi dengan dimediasi gestur menunjuk. SF menghitung banyak batang korek api pada konfigurasi 4 persegi dengan menggunakan rumus umum yang telah diperoleh $((n-1) \cdot 7 + 12)$. SF mengganti nilai n dengan bilangan 4. SF memeriksa kesamaan antara hasil penghitungan dari rumus umum dengan menghitung banyak batang korek api pada gambar. Dalam memeriksa kesamaan, SF dimediasi oleh simbol. Kesamaan hasil yang diperoleh menguatkan SF bahwa rumus umum yang sudah dihasilkan $((n-1) \cdot 7 + 12)$ adalah benar.

SIMPULAN

Berdasarkan hasil yang sudah diperoleh, dapat dibuat kesimpulan bahwa profil generalisasi pola berdasarkan perspektif semiotik subjek operasional konkret dan subjek operasional formal adalah berbeda. Perbedaan dapat dilihat pada setiap tahap generalisasi seperti berikut.

(1) Tahap menemukan keteraturan.

Pada tahap menemukan keteraturan, subjek operasional konkret melakukan secara mendalam dan terperinci. Subjek menemukan keteraturan pola pada susunan batang korek api yang membentuk segitiga dan garis vertikal. Subjek banyak dimediasi oleh gestur dan ucapan. Pada tahap

menemukan keteraturan, subjek operasional formal mengidentifikasi adanya hubungan kuantitatif antara banyak persegi dengan banyak segitiga pada konfigurasi (a) dan (b).

(2) Tahap Mengonfirmasi Keteraturan

Pada tahap menemukan keteraturan, subjek operasional konkret selalu menggambar konfigurasi batang korek api yang ditanyakan, baik berupa gambar sempurna maupun berupa sketsa. Subjek mengkonfirmasi keteraturan dengan cara menerapkan prinsip keteraturan yang telah ditemukan. Gambar mempunyai peran penting bagi subjek operasional konkret. Subjek banyak dimediasi simbol dan gestur representasional. Sedangkan siswa operasional formal mengonfirmasi keteraturan dengan cara merefleksikan banyak batang korek api ke dalam pola barisan bilangan kemudian mengidentifikasi beda barisan bilangan dan permulaan barisan bilangan. Beda barisan bilangan dan permulaan barisan digunakan untuk menentukan banyak batang korek api yang ditanyakan pada soal generalisasi jauh. Subjek banyak dimediasi simbol.

(3) Tahap Menghasilkan rumus umum.

Subjek operasional konkret menghasilkan rumus umum berdasarkan konteks yang termuat secara eksplisit pada pola. Dalam menghasilkan rumus umum, subjek operasional konkret dimediasi oleh ucapan dan simbol tertulis. Produk generalisasi dinyatakan dalam bentuk kalimat atau kata-kata (tidak dinyatakan dalam bentuk aljabar simbolik). Subjek operasional formal menghasilkan rumus umum dalam bentuk aljabar simbolik. Produk generalisasi yang dinyatakan dalam variabel dengan menggunakan operasi penjumlahan dan perkalian.

(4) Tahap membuktikan kebenaran rumus umum.

Subjek operasional konkret tidak membuktikan kebenaran rumus umum.

Sedangkan subjek operasional formal membuktikan kebenaran rumus yang dihasilkan dengan cara mencocokkan antara hasil penghitungan melalui gambar dan hasil penghitungan melalui rumus.

DAFTAR PUSTAKA

- Alibali, M. W., & Nathan, M. J. 2007. Teachers' gestures as a means of scaffolding students' understanding: Evidence from an early algebra lesson. Dalam R. Goldman, R. Pea, B. Barron, & S. J. Derry (Eds.), *Video research in the learning sciences*. 349–365. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Blanton, M. L. & Kaput, J. J. 2011. Functional Thinking as a Route Algebra in the Elementary Grade. Dalam Cai, Jinfa & Knuth, Eric (Eds.), *Early Algebraization: A Global Dialogue from Multiple Perspectives*. New York: Springer Heidelberg Dordrecht.
- Ernest, Paul. 2006. A Semiotic Perspective of Mathematical Activity: The Case of Number. *Educational Studies in Mathematics*. 61:67-1001.
- Fadiana, Mu'jizatin. 2016. Strategi Generalisasi Pola Siswa SMP Kelas VII. *Prosiding Seminar Nasional Matematika X Tahun 2016*. Semarang : FMIPA Universitas Negeri Semarang
- Fadiana, M., Amin, Siti., & Lukito, A. 2017. Generalization of Visual Pattern. *IOSR Journal of Research & Method in Education (IOSR-JRME)*, 7(6)(III), 29-32
- Healy, L., & Hoyles, C. 1996. Seeing, doing and expressing: An evaluation of task sequences for supporting algebraic thinking. Dalam L. Puig & A. Gutierrez (Eds.), *Proceedings of the 20th International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics*

- Education* (Vol. 3, pp. 67-74). Valencia, Spain.
- Inganah, S. & Subanji. 2013. Semiotik dalam Proses Generalisasi Pola. *Prosiding: Konferensi Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika V*. FMIPA Universitas Negeri Malang. 27-30 Juni. ISBN: 978-602-97895-8-4. Hal. 431-438.
- Mason, J. 1996. *Expressing generality and roots of algebra*. Dalam N. Bednarz, C. Kieran, & L. Lee (Eds.), *Approaches to algebra* (pp. 65–86). Dordrecht: Kluwer.
- Minderovic, Z. 2001. *Logical Thinking*. Encyclopedia of Psychology, April 2006. [Online] tersedia: http://findarticles.com/p/article/mi_g2600/ix_is_0005/ai_269000536/?tag-content;coll, diakses 13 April 2016
- Orton, A. 1999. *Pattern in the teaching and learning of mathematics*. London: Cassel.
- Orton, A. & Orton, J. 1999. *Pattern and the Approach to Algebra*. Dalam A. Orton (Ed.) *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 104–120). Cassell, London.
- Presmeg, N. 2006. Research on visualization in learning and teaching mathematics: Emergence from psychology. Dalam A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education* (pp. 205-235). Dordrecht: Sense Publishers.
- Radford, L. 2003. Gestures, speech and the sprouting of signs. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(1), 37-70.
- Radford, L. 2002. The seen, the spoken and the written. A semiotic approach to the problem of objectification of mathematical knowledge. *For the Learning of Mathematics*, 22(2), 14-23.
- Resnik, M.D. 2005. *Mathematics as a science of mathematics*. Oxford: University Press
- Roadrangka, V., Yeany, R. H., & Padilla, M. J. 1982. *GALT, Group test of logical thinking*. University of Georgia, Athens, GA.
- Tikekar, V.G. 2009. Deceptive patterns in mathematics. *International Journal Mathematic Science Education*, 2(1), 13-21.
- Zazkis, R & Liljedahl, P. 2002. Generalization of patterns: The Tension Between Algebraic Thinking and Algebraic Notation. *Educational Studies in Mathematics*, 49, 379-402.