

TEHNIK SCAFFOLDING DALAM MENINGKATKAN KEMAMPUAN MEMBUKTIKAN PERNYATAAN PADA MAHASISWA

Puji Rahayu¹, Warli², Imas Cintamulya³

¹Prodi Pendidikan Matematika FKIP Unirow Tuban
email: pujirahayumpd@gmail.com

²Prodi Pendidikan Matematika FKIP Unirow Tuban
email: warli66@gmail.com

³Prodi Pendidikan Biologi FKIP Unirow Tuban
email : cintamulya66@gmail.com

Abstrak

Artikel ini mengkaji teori tentang tehnik scaffolding dalam meningkatkan kemampuan membuktikan pernyataan pada mahasiswa. Kajian dalam artikel bertujuan memberikan penjelasan tentang bagaimana tehnik scaffolding dalam meningkatkan kemampuan membuktikan pernyataan. Kemampuan membuktikan pernyataan sangat penting bagi mahasiswa matematika, mengingat pentingnya hal tersebut, maka perlu diberikan tehnik perkuliahan yang bias membantu dalam tahap awal perkuliahan kemudian mengurangi bantuan dengan memberikan tanggung jawab atau kesempatan pada mahasiswa menjadi mahasiswa yang mandiri dan bisamengoptimalkan kemampuannya. Tehnik scaffolding telah banyak digunakan dan diteliti untuk mewujudkan tujuan perkuliahan dan kesuksesan mahasiswa. Teori yang di rangkum oleh penulis didukung dari berbagai sumber dan teori yang telah dirangkum yang dijadikan acuan penulis untuk menguatkan pendapat.

Kata kunci: tehnik scaffolding, kemampuan membuktikan pernyataan

PENDAHULUAN

Pada perguruan tinggi khususnya program studi pendidikan matematika dan matematika banyak mata kuliah yang menekankan pembuktian antara lain dalam mengkonstruksi sebuah bukti. Pembuktian dalam matematika mempunyai peran penting karena didalam matematika selalu bergelut pernyataan dan simbol. Salah satu perannya yaitu dapat menyakinkan kebenaran dari suatu pernyataan. Mata kuliah yang menekankan pada pembuktian rata-rata menggunakan variabel atau simbol tetapi kenyataan di lapangan mahasiswa khususnya Prodi Pendidikan Matematika dan prodi matematika dalam Perguruan Tinggi, rata rata senang mempelajari mata kuliah yang tidak menggunakan variabel, tetapi ketika mata kuliah tersebut menggunakan variabel seperti yang dinyatakan dalam

bentuk definisi, rumus-rumus, teorema, aksioma, definisi, lemma, dan lain lain, mahasiswa bekerja keras untuk mulai memahami dan mempelajarinya, contohnya mata kuliah Struktur Aljabar yang secara sepintas seakan-akan mudah materinya, tetapisulit untuk mengubah bentuk aljabar ke bahasa verbal begitu juga sebaliknya, karena mahasiswa belum terbiasa dalam memecahkan masalah dan berfikir kritis. Jadi matematika disenangi mahasiswa jika matematika dihubungkan dengan kondisi nyata dalam kehidupan sehari-hari. Mata kuliah matematika yang dipelajari di perguruan tinggi membutuhkan kemampuan matematis karena materi yang disajikan lebih bersifat abstrak. Kemampuan membuktikan pernyataan adalah salah satu kemampuan yang harus di miliki mahasiswa karena berpengaruh pada mata kuliah lainnya yang syarat

dengan pembuktian, seperti mata kuliah struktur Aljabar, Analisis Real, Aljabar Linear, Statistika Matematika dan yang lainnya. Pernyataan dari [1] (Suryadi, 2007) mengemukakan bahwa pembuktian matematik dianggap sulit oleh mahasiswa dalam proses bermatematika. Kesulitan yang dialami mahasiswa dalam menyusun bukti yang dikemukakan oleh [3] (Moore dalam Van Spronsen, 2008) adalah : (1) mahasiswa belum memahami apa itu definisi; (2) mahasiswa belum bisa memahami konsep untuk menyusun pembuktian ; (3); mahasiswa belum terbiasa dalam memecahkan masalah dan berfikir kritis(4); (5) mahasiswa belum memahami penggunaan bahasa dalam notasi matematika; (7)mahasiswa belum memahami bagaimana langkah awal dalam membuktikan . Bukti merupakan inti dari berfikir matematis karena dianggap komponen penting dalam mengartikan serta memahami matematika. Daniel [4](Solow, 2014: 2), mengungkapkan bahwa bukti adalah suatu argumen untuk meyakinkan kebenaran yang diungkapkan melalui bahasa matematika melalui sebuah pernyataan yang tepat dan benar. Bukti sebagai sarana untuk meyakinkan orang lain dengan kebenaran sebuah ide atau pemikiran, sedangkan bukti matematika adalah suatu alur penjelasan secara sistematis yang meyakinkan bahwa rumus, definisi, atau pernyataan adalah benar dengan bantuan logika matematika. Kemampuan dalam membuktikan matematika dibagi menjadi dua, diantaranya adalah kemampuan dalam memahami serta mengkonstruksi bukti. Kemampuan untuk memahami bukti terdiri dari (1) membaca atau mengucapkan bukti didalam matematik untuk menentukan kebenaran atau kekeliruan dengan menyesuaikan sistem aksioma, pernyataan dengan

menggunakan alur deduktif.; (2) melengkapi bukti jika didalam proses membuktikan terdapat kesalahan(3) membandingkan keefektifan antara bukti yang satu dengan bukti yang lain. Jadi bukti disini diperlukan untuk meyakinkan bahwa sebuah pernyataan matematika yang dianggap benar yaitu memang benar dan dalam proses pembuktian harus memperhatikan pemahaman dalam gaya bahasa yang dapat menambah tantangan serta keindahan dalam bermatematika. [5](Selden & Selden, 2007: 1-2). Kemampuan mengkonstruksi bukti yaitu kemampuan untuk menyusun bukti pernyataan matematis menggunakan metode prinsip, definisi dan teorema serta memahaminya ke dalam sebuah bentuk pembuktian secara langsung maupaun tidak langsung dengan lengkap untuk membuktikan kebenaran sebuah pernyataan. Jika mahasiswa dapat menuliskan pembuktian secara benar maka mahasiswa tersebut telah memahami secara keseluruhan tentang masalah tersebut. Karena pembuktian tidak hanya membuktikan fakta tetapi juga menjelaskan tentang fakta yang diberikan. Hal tersebut senada dengan pernyataan Hanna dan Hersh yang mengungkapkan peran dari sebuah bukti adalah untuk membuktikan, menjelaskan, dan meyakinkan kebenaran dari sebuah pernyataan[6](Lo dan Revan, 2014). Dalam memahami bukti mahasiswa harus mengerti terlebih dahulu sistematis bukti yang diungkapkan, sehingga mahasiswa dapat menuliskan serta memahaminya dengan bahasanya sendiri.

Beberapa penelitian melaporkan bahwa pembuktian matematis adalah tugas yang sulit bagi banyak orang siswa sekolah dan sarjana. Hasil studi pendahuluan terhadap mahasiswa program studi pendidikan matematika, bahwa mereka belum dapat membuktikan

kebenaran dari suatu pernyataan secara matematis mahasiswa masih kurang dari tujuan pembelajaran yang diharapkan. Penelitian yang dilakukan Warli (2017) mengatakan bahwa proses abstraksi seorang mahasiswa dalam mengonstruksi bukti mengalami suatu kesulitan dalam tahap mengonstruksi bukti.

Observasi yang dilakukan Moore (1994) dari beberapa mahasiswa pada kuliah transisi yang menuntut pembuktian, mahasiswa hanya dapat menghafal bukti saja tetapi mereka sama sekali tidak memahami bagaimana proses pembuktian, menjelaskan serta meyakinkan kebenaran dari sebuah pernyataan. Padahal, kemampuan tersebut harus dimiliki oleh semua mahasiswa yang belajar tentang matematika. Karena kemampuan tersebut di gunakan sebagai syarat untuk melanjutkan mata kuliah matematika yang lebih tinggi. Oleh karena itu dibutuhkan sebuah bantuan yang bisa membangun, mengembangkan dan memahami pembuktian matematis.

Scaffolding adalah pemberian bantuan kepada sekelompok mahasiswa yang heterogen di ruang kelas. Scaffolding bisa membantu mahasiswa yang berprestasi rendah. Scaffolding merupakan bantuan dalam proses membangun dan mengaktifkan mahasiswa untuk memecahkan masalah atau mengerjakan tugas agar mahasiswa bisa mengembangkan ketrampilan berfikir tingkat tinggi. Dosen sebagai fasilitator memberikan dukungan, motivasi dan bantuan sesuai yang diperlukan. Dikarenakan pentingnya hal tersebut dalam perkuliahan khususnya yang berhubungan dengan pembelajaran matematika, selanjutnya akan dibahas tentang kemampuan membuktikan pernyataan pada mahasiswa, tehnik

scaffolding dalam pembelajaran dan implementasi tehnik scaffolding dalam membuktikan pernyataan pada mahasiswa .

HASIL DAN PEMBAHASAN

KEMAMPUAN MEMBUKTIKAN

PERNYATAAN PADA MAHASISWA

Pernyataan adalah sebuah kalimat yang memiliki nilai kebenaran pasti, yaitu benar atau salah saja tetapi tidak dibenarkan untuk memilih keduanya. Dalam kajian ini akan dibahas pembuktian untuk meyakinkan kebenaran dari sebuah pernyataan. Kemampuan matematis yaitu kemampuan dalam menghadapi suatu permasalahan di dalam matematika dan kehidupan nyata. Metode pembuktian dikembangkan dengan tujuan agar dapat meningkatkan suatu kemampuan mahasiswa supaya dapat memahami pembuktian dari suatu pernyataan matematik khususnya untuk mahasiswa matematika dan pendidikan matematika. Dalam kajian ini, kemampuan membuktikan yang akan dibahas adalah memahami simbol atau pernyataan matematika, menyusun suatu bukti kebenaran dari suatu pernyataan secara matematis berdasarkan prinsip, definisi dan teorema sehingga mahasiswa dapat bernalar dengan baik dan bisa mengekspresikan dalam sebuah tulisan secara sistematis. Dengan membuktikan sebuah pernyataan dari sebuah permasalahan, mahasiswa diharapkan dapat memberikan proses bernalar secara baik serta mengekspresikannya dengan sistematis dan tertulis sehingga dapat mengembangkan argumennya dengan cara alami. Untuk mencapai hal tersebut maka diperlukan sebuah pemahaman konsep tentang matematika, serta mempunyai kemampuan dalam

berbahasa matematika yang baik dan benar. Hal ini senada dengan pernyataan Gowers dan Jamison (2000) yang mengatakan bahwa untuk membuat struktur bahasa matematika yang jelas dibutuhkan peningkatan pemahaman dan konsep dasar yang tepat tentang matematika. Yerizon (2011), menyatakan bahwa sebuah proses pembelajaran matematika membutuhkan kemampuan kognitif tingkat yang tinggi dalam mensintesis, menganalisis dan mengevaluasi sehingga dapat menghasilkan argumen dan mempresentasikan sebuah pembuktian formal dengan efektif sehingga dapat menjelaskan sebuah penalaran.

Hanna dan Barbeau [7](dalam VanSpronsen, 2008) mengatakan bukti adalah langkah logis untuk menunjukkan apa yang diketahui untuk mencapai sebuah kesimpulan menggunakan aturan inferensia yang bisa diterima. Di dalam matematika Pembuktian mempunyai peranan yang penting diantaranya dapat memverifikasi suatu kebenaran dari sebuah pernyataan matematika. Dengan demikian bukti bisa digunakan untuk meyakinkan pernyataan untuk menghilangkan ketidakpastian dari suatu proposisi matematika.

Mahasiswa dapat memiliki kemampuan dalam membuktikan pernyataan tentunya harus melalui sebuah proses pembelajaran baik di suatu lembaga ataupun lainnya, sehingga kemampuan membuktikan pernyataan bisa dimiliki oleh mahasiswa agar dapat mereplikasi cara matematikawan membuktikan matematika. Membuktikan merupakan sebuah tantangan dan dapat menyelesaikan akan mendapatkan suatu kepuasan tersendiri. Almeida (2003) mengatakan bahwa untuk serangkaian proses dalam memahami matematika

(intuisi, trial dan error, spekulasi, dugaan, bukti) yang telah dilakukan matematikawan banyak perbedaan dengan yang diajarkan kepada mahasiswa, untuk yang diajarkan mahasiswa adalah pengenalan teorema, bukti, kemudian contoh. Dari pernyataan diatas berarti proses pembuktian yang dilakukan para matematikawan, adalah suatu proses yang meliputi proses intuisi, trial dan error, dugaan, dan kemudian pembuktian. Maka dari itu ketika pembuktian diajarkan kepada mahasiswa lebih difokuskan untuk mengenalkan teorema untuk membuktikannya, dan setelah itu memberikan contoh yang terkait dengan teorema yang ada. Artinya proses, alur berpikir yang telah dilakukan matematikawan yang sudah mampu membuktikan matematika belum sepenuhnya bisa dipahami oleh mahasiswa. Sehingga, proses meningkatkan kemampuan dalam memahami bukti formal matematis (teori dan strategi mengajar) perlu untuk diteliti.

TEHNIK SCAFFOLDING DALAM PEMBELAJARAN

Scaffolding dalam pembelajaran adalah proses memberikan kerangka belajar dari seorang pendidik kepada mahasiswa. Pemberian scaffolding bertujuan untuk mengembangkan inisiatif dan motivasi serta sumber daya Mahasiswa. Slavin [8](dalam Ratumanan 2002; 44) mengataakan Scaffolding adalah pemberian bantuan kepada mahasiswa berupa dukungan dalam tahap awal perkuliahan kemudian mengurangnya serta memberikan kesempatan pada mahasiswa dalam mengambil tanggungjawab yang makin besar setelah mahasiswa bias melakukan tugasnya secara mandiri Menurut

Vygotsky, proses belajar terjadi apabila Mahasiswa belajar memecahkan masalah atau menangani tugas-tugas itu masih berada dalam jangkauannya atau masih dalam ZPD mereka. . Jika masalah atau konsep berada dalam ZPD Mahasiswa, maka Mahasiswa membutuhkan bantuan dari orang dewasa atau teman sejawat yang lebih mengetahui. ZPD (Zone of Proximal Development) adalah jarak antara level perkembangan aktual yang telah ditentukan melalui suatu pemecahan masalah secara bebas dengan level perkembangan potensial yang sudah ditentukan melalui pemecahan masalah dengan bimbingan orang dewasa yang lebih berkompeten atau lebih mampu. Berdasarkan empat kunci dari teori Vygotsky ide konstruktivisme modern menurut[9] Slavin (1997 : 268), adalah sebagai berikut a. Penekanan pada perkuliahan sosial b. Mahasiswa belajar konsep paling baik jika mereka berada pada zone perkembangan terdekat (ZPD) mereka. c. Pemagangan kognitif : Mahasiswa belajar melalui interaksi dengan orang yang lebih menguasai permasalahan d. Scaffolding merupakan hal penting dalam pemikiran konstruktivistik modern berdasarkan ide Vygotsky mengenai konsep perkuliahan dengan bantuan (assisted learning). Untuk menjabarkan mengenai ide-ide Vygotsky mahasiswa diberikan tugas-tugas secara menyeluruh, setelah itu memberikan bantuan secukupnya yang dapat digunakan untuk menyelesaikan tugas-tugas. (Stone, 1998) mengungkapkan bahwa Untuk dapat memberikan suatu pemahaman interaksi antara orang dewasa dan anak konsep scaffolding untuk menjelaskan serta mendefinisikan dapat dikung oleh orang yang lebih berkompeten atau lebih mampu.

Dalam perkuliahan dengan bantuan dosen sebagai agen budaya yang memandu pengajaran sehingga Mahasiswa akan menguasai secara tuntas keterampilan-keterampilan yang memungkinkan fungsi kognitif yang lebih tinggi. Terdapat beberapa cara yang bisa dilakukan untuk memberikan scaffolding oleh dosen kepada mahasiswa diantaranya adalah : (1) mengingatkan kembali materi prasyarat yang akan di pelajari, sehingga mahasiswa dapat berfikir dengan pengetahuan yang akan dikonstruksi (2) menjelaskan konsep yang sedang dikonstruksi, sehingga mahasiswa dapat mengerti apa yang akan dilakukan selanjutnya, (3) memberikan sebuah pertanyaan metakognitif yang bertujuan agar mahasiswa mampu merancang strategi yang digunakan untuk memahami pengetahuan, tugas maupun soal pemecahan dan lain sebagainya.

Scaffolding diartikan sebagai pemberian bantuan di awal pembelajaran, , dosen sebagai tutor menjelaskan penyelesaian tugas secara detail. Setelah selesai mahasiswa menyelesaikan tugas dengan bimbingan dosen. Dan dosen menilai proses belajar selama bimbingan, jika mahasiswa dirasa sudah memahami maka seorang dosen memberikan tugas yang lebih kompleks lagi dan scaffolding tidak diberikan lagi.

Roehler dan Cantlon [10](dalam Bikmaz, 2010) didalam pembelajaran terdapat 5 jenis teknik scaffolding yang pertama yaitu *modeling of desired behaviors* adalah memodelkan perilaku dalam pemberian scaffolding dalam pembelajaran, yang kedua adalah *offering explanations* yaitu memberikan penjelasan sehingga mahasiswa dapat memahami apa yang dijelaskan, yang ketiga adalah *inviting student participation* yaitu mengajak mahasiswa

untuk aktif dengan memberikan sebuah permasalahan yang keempat adalah *verifying and clarifying student understandings* yaitu mendorong mahasiswa untuk memberikan petunjuk bagaimana mahasiswa dapat menyelesaikan sebuah permasalahan, yang kelima adalah *inviting students to contribute clues* yaitu setelah mahasiswa memahami apa yang telah dijelaskan dosen, dosen memberikan umpan balik dengan memberikan penilaian dari hasil pemahamannya tersebut.

Jadi Scaffolding dalam membuktikan pernyataan disini adalah pemberian kesempatan kepada mahasiswa untuk dapat mengembangkan kemampuan berfikir tingkat tinggi untuk menyelesaikan suatu pembuktian untuk meyakinkan suatu kebenaran, sehingga mahasiswa dapat mencapai tujuan yang diinginkan, kemudian mengurangi bantuan tersebut untuk memberikan kesempatan kepada mahasiswa agar dapat menyelesaikan pembuktian tersebut dengan lebih memfokuskan pemahaman konsep sesuai kebutuhannya dan akhirnya dapat menguasai konsep pembuktian secara independen.

IMPLEMENTASI TEHNIK SCAFFOLDING UNTUK MEMBUKTIKAN PERNYATAAN

Berikut ini contoh scaffolding dalam membuktikan pernyataan dalam sebuah pembelajaran. Dari kelima teknik scaffolding dalam pembelajaran yang dikemukakan oleh Roehler dan Cantlon tersebut dapat digunakan sendiri atau secara bersamaan bergantung pada materi yang akan dibahas.

Tehnik scaffolding yang pertama adalah memodelkan perilaku tertentu. Dosen akan menjelaskan pembuktian

masalah dalam struktur aljabar, dalam kajian ini akan dibahas mengenai algoritma pembagian. Dalam memodelkan perilaku ada tiga tipe memodelkan menurut Hogan dan Pressley (1997) yaitu memodelkan berfikir keras berbicara keras, dan memodelkan. Memodelkan berfikir keras yaitu verbalisasi suatu proses berfikir untuk menyelesaikan pembuktian dari sebuah pernyataan, yang kedua memodelkan berbicara keras yang berarti mendemonstrasikan penyelesaian pembuktian sebuah pernyataan bersamaan dengan strategi penyelesaian yang membawa pemodel mendapatkan kesimpulan. Memodelkan kinerja mendemostrasikan secara sederhana untuk menunjukkan pembuktian dari sebuah pernyataan. Memodelkan kinerja tidak melibatkan penjelasan verbal.

Berikut adalah contoh Scaffolding tipe memodelkan berbicara keras, dengan mendemostrasikan dosen menunjukkan bahwa sisa pembagian kuadrat bilangan bulat dengan 4 adalah 0 atau 1. Scaffolding akan dikurangi jika mahasiswa sudah bisa menunjukkan kebenaran dari pernyataan diatas.

Langkah yang pertama dosen akan memisalkan a sebagai bilangan bulat. Karena a merupakan bilangan bulat maka (mahasiswa akan menjawab bahwa ada dua jenis bilangan untuk a , yaitu bilangan genap atau bilangan ganjil)

Dosen akan menjelaskan bahwa dengan memberikan bimbingan awal bahwa untuk bilangan genap a maka (mahasiswa akan menjawab bisa ditulis $a=2q$)

Dosen akan membantu mahasiswa dalam proses berfikir dengan menjelaskan bahwa $(2q)^2=4q^2=4k$, $k \in \mathbb{N}$.

Dari situ dapat diperoleh sisa pembagian kuadrat bilangan genap dengan 4 adalah 0.

Selanjutnya, misalkan a bilangan ganjil maka a dapat ditulis sebagai (mahasiswa akan menjawab $a=2q+1$ sehingga $(2q+1)^2=4(q^2+q)+1=4k+1, k \in \mathbb{N}$.)

Jadi (mahasiswa menjawab bahwa sisa pembagian bilangan ganjil dengan 4 adalah 1. Kemudian dosen memberikan penjelasan bahwa bilangan kuadrat dari bilangan bulat dibagi dengan 4 mempunyai sisa 0 atau 1. Dari contoh diatas dosen secara perlahan mengurangi scaffolding yang diberikan.

Teknik scaffolding yang kedua adalah memberikan penjelasan untuk menunjukkan kebenaran dari sebuah pernyataan. Penjelasan adalah menguraikan pernyataan eksplisit yang biasa di dengar mahasiswa agar mereka dapat memahami apa yang sedang dipelajari, mengapa dan kapan pengetahuan digunakan dan bagaimana pengetahuan digunakan (Lange 2002). Penjelasan dilakukan berulang- ulang diawal pembelajaran. Ketika mahasiswa sudah memahami, penjelasan hanya berupa petunjuk atau kata kunci supaya mahasiswa dapat mengingat kembali informasi penting, dan akhirnya penjelasan ditinggalkan. Berikut ini contoh scaffolding teknik memberikan penjelasan yang dilakukan oleh dosen. Dosen akan membuktikan jika G suatu grup, maka untuk semua $a, b \in G$, $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$. Untuk menyelesaikannya ambil sembarang $a, b \in G$, akan ditunjukkan : $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$. Disini harus ditemukan ide yang merupakan kata kunci dari pembuktian tersebut yaitu jika $ab=e$, maka $a^{-1} = b$ atau jika $ab=e$, maka $b^{-1} = a$.

Dengan memberikan sebuah kata kunci dosen mempunyai harapan mahasiswa dapat melanjutkan pembuktian pada langkah selanjutnya sehingga dapat meyakinkan kebenaran dari sebuah pernyataan. Dengan kata kunci yang telah diberikan mahasiswa dapat menjawab sesuai langkah berikut

$$\begin{aligned} \text{Perhatikan } (ab)^{-1}(b^{-1}a^{-1}) &= a^{-1}(bb^{-1})a^{-1} \\ &= a^{-1}ea^{-1} \\ &= a^{-1}a^{-1} \\ &= e \end{aligned}$$

Karena $(ab)^{-1}(b^{-1}a^{-1}) = e$, maka dengan definisi dari invers, di dapatkan bahwa $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$

Teknik scaffolding yang ketiga yaitu mengaktifkan mahasiswa. Dosen mengajak mahasiswa untuk berpartisipasi dalam membuktikan suatu pernyataan. Teknik ini dapat mendorong mahasiswa memahami pembuktian dan menyediakan pengalaman belajarnya sendiri (Lange 2002). Berikut , contoh teknik yang ketiga dosen memberikan sebuah pernyataan yang harus di buktikan kebenarannya mahasiswa disuruh untuk menunjukkan sebuah pernyataan bahwa bilangan kuadrat sempurna mempunyai bentuk $4k$ atau $4k+1$. Dosen bertanya pada Mahasiswa untuk mengidentifikasi langkah selanjutnya dalam menerapkan algoritma pembagian . Mahasiswa ikut berpartisipasi dengan memberikan pendapat atau maju kedepan untuk menyumbangkan gagasan di papan tulis.

Teknik scaffolding yang keempat adalah mengajak mahasiswa untuk dapat menemukan kata kunci atau ide pokok dari sebuah pernyataan yang akan dibuktikan. Mahasiswa didorong untuk dapat memberikan kunci atau ide pokok

bagaimana mahasiswa menyelesaikan pembuktian dari sebuah pernyataan (Roehler & Cantlon dalam Bikmaz, 2010). Di dalam tehnik yang keempat ini mahasiswa harus dapat memberikan atau menyumbangkan idenya untuk menyelesaikan pembuktian, dosen membimbing jalanya diskusi dengan menambahkan ide yang sesuai. Dosen menjelaskan serta memperbaiki pembuktian dari hasil yang diperoleh selama diskusi, apabila pemahaman mahasiswa dalam pembuktian belum sesuai dengan yang diharapkan.

Teknik scaffolding yang kelima adalah verifikasi dan klarifikasi. Setelah mahasiswa memperoleh pengetahuan dan pemahaman bagaimana menjelaskan, memahami dan meyakinkan kebenaran sebuah pernyataan, dosen memberikan umpan balik dari hasil kerja keras mereka dengan sebuah penilaian. Ketika pemahaman yang dimunculkan mahasiswa bisa diterima secara nalar, dosen memverifikasinya. Tetapi jika pemahaman mahasiswa masih keliru, dosen memberikan klarifikasi. Pernyataan tersebut senada dengan [11]Rahayu, 2020 yang mengatakan bahwa dosen akan memberikan bantuan apabila mahasiswa belum bisa belajar secara mandiri, sampai mahasiswa dapat mencapai apa yang diharapkan sesuai dengan tujuan pembelajaran.

SIMPULAN

Di dalam proses pembelajaran di perguruan tinggi, selalu terjadi kegiatan interaksi antara mahasiswa dengan dosen atau dosen dengan mahasiswa ataupun dengan yang lainnya. Interaksi efektif akan membentuk dan memacu pengetahuan baru yang akan membuat mahasiswa tersebut menjadi mandiri dan berkembang. Salah satu pembelajaran yang ada di prodi pendidikan matematika

dan matematika adalah belajar bagaimana memahami bukti yang membutuhkan pemahaman dan wawasan yang luas untyuk membuktikan fakta yang rumit sehingga dapat melatih mahasiswa dapat berfikir kritis.

Dalam memahami bukti mahasiswa harus mengerti terlebih dahulu sistematika bukti yang diungkapkan, sehingga mahasiswa dapat menuliskan serta memahaminya dengan bahasanya sendiri. Dengan belajar memahami pembuktian dari sebuah pernyataan dapat menjadikan modal utama dalam melaksanakan penelitian matematika..

Salah satu teknik yang dapat diterapkan untuk membantu mahasiswa dalam membuktikan sebuah pernyataan adalah dengan teknik scaffolding, yang melibatkan dosen maupun dengan mahasiswa lain yang lebih mampu dan kompeten dibidangnya. Teknik Scaffolding yang diberikan berupa bantuan, bimbingan, dan pemberian kata kunci serta ide pemikiran, petunjuk petunjuk yang belum bisa dikuasi mahasiswa. Teknik Scaffolding diberikan di awal pembelajaran kemudian secara perlahan-perlahan dikurangi setelah mahasiswa memperoleh pengetahuan dan pemahaman bagaimana menjelaskan, memahami dan meyakinkan kebenaran sebuah pernyataan dengan menggunakan bahasa matematika yang baik. Dosen memberikan umpan balik dari hasil kerja keras mereka dengan sebuah penilaian. Ketika pemahaman yang dimunculkan mahasiswa bisa diterima secara nalar, dosen memverifikasinya. Tetapi jika pemahaman mahasiswa masih keliru, dosen memberikan klarifikasi. Dosen juga perlu memetakan mahasiswa yang mempunyai kemampuan untuk

memberikan scaffolding kepada mahasiswa lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] D. Suryadi, "Model bahan ajar dan kerangka kerja pedagogis matematika untuk menumbuhkembangkan kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi," *Unpubl. Res. Report. Bandung SPS UPI*, 2007.
- [2] P. Petocz and N. Smith, "Materials for learning mathematical statistics," *Sydney Univ. Technol.*, 2007.
- [3] R. C. Moore, "Making the transition to formal proof," *Educ. Stud. Math.*, vol. 27, no. 3, pp. 249–266, 1994.
- [4] D. Solow, *Linear programming: An introduction to finite improvement algorithms*. Courier Corporation, 2014.
- [5] J. Selden and A. Selden, "Unpacking the logic of mathematical statements," *Educ. Stud. Math.*, vol. 29, no. 2, pp. 123–151, 1995.
- [6] J.-J. Lo and R. McCrory, "Proof and proving in a mathematics course for prospective elementary teachers," *ICME Study*, vol. 19, no. 2, pp. 41–46, 2009.
- [7] H. D. VanSpronsen, "Proof processes of novice mathematics proof writers," 2008.
- [8] T. G. Ratumanan, "Belajar dan Pembelajaran. Surabaya: Unesa." University Press, 2002.
- [9] R. E. Slavin, *Educational psychology: Theory and practice*. 2019.
- [10] F. H. Bikmaz, Ö. ÇELEB, A. T. A. Aslıhan, Ö. Eren, Ö. SOYAK, and H. REÇBER, "Scaffolding strategies applied by student teachers to teach mathematics," *Int. J. Res. Teach. Educ.*, vol. 1, no. 3, pp. 25–36, 2010.
- [11] P. Rahayu, W. Warli, and I. Cintamulya, "SCAFFOLDING DALAM PEMBELAJARAN MATA KULIAH STRUKTUR ALJABAR," *JIPMat*, vol. 5, no. 1, 2020.