

PERHITUNGAN PREMI ASURANSI JIWA MENGGUNAKAN GENERALIZED LINEAR MIXED MODELS

Siti Alfiatur Rohmaniah¹⁾, Novita Eka Chandra²⁾

¹⁾Fakultas MIPA, Jurusan Matematika, Universitas Islam Darul Ulum Lamongan, Jl. Airlangga 3 Sukodadi Lamongan; Telp.0322.390497 Email: nia0304@gmail.com

²⁾Fakultas MIPA, Jurusan Matematika, Universitas Islam Darul Ulum Lamongan, Jl. Airlangga 3 Sukodadi Lamongan; Telp.0322.390497 Email: novitaekachandra@gmail.com

Abstrak

Harga premi asuransi jiwa setiap orang bergantung pada probabilitas kematian, tidak hanya berdasarkan usia dan jenis kelamin seperti yang ditawarkan oleh perusahaan asuransi Indonesia. Tujuan dari penelitian ini untuk menghitung harga premi berdasarkan faktor *underwriting* dan faktor *frailty* menggunakan *Generalized Linear Mixed Models* (GLMM). GLMM digunakan untuk memodelkan gabungan antara heterogenitas efek tetap (faktor *underwriting*) dan efek random (faktor *frailty*) antar individu. Data yang digunakan data longitudinal mengenai faktor *underwriting* yang berdistribusi Binomial diambil dari *Health and Retirement Study*, dan diproses menggunakan software R. Karena data yang digunakan data dalam selang waktu dua tahun, maka probabilitas kematian yang diperoleh untuk selang waktu dua tahun kedepan. Faktor *underwriting* yang berpengaruh signifikan terhadap probabilitas kematian yaitu usia, status peminum alkohol, penyakit jantung dan diabetes. Sebagai akibatnya, diperoleh model probabilitas kematian setiap individu untuk menentukan harga premi asuransi jiwa. Harga premi setiap individu berbeda, karena tergantung pada faktor *underwriting* dan *frailty*. Jika *frailty* bernilai positif, artinya tingkat kerentanan seseorang ketika mengalami resiko kematian lebih besar daripada *frailty* negatif.

Kata kunci: frailty, generalized linear mixed model, underwriting

Abstract

The price of life insurance premiums for each person depends on the probability of death, not only based on age and gender as offered by an Indonesian insurance company. The purpose of this study is to determine premium prices on underwriting factors and frailty factors using *Generalized Linear Mixed Models* (GLMM). GLMM is used for modeling a combination of fixed effect heterogeneity (*underwriting factors*) and random effects (*frailty factors*) between individuals. The data used longitudinal data about underwriting factors that have Binomial distribution are taken from *Health and Retirement Study*, and processed using R software. Because the data used by survey data within an interval of two years, so the probability of death is obtained for an interval the next two years. Underwriting factors that have a significant effect on the probability of death are age, alcoholic status, heart disease and diabetes. As a result is obtained probability of death models each individuals to determine life insurance premium prices. The premium price of each individual is different, because depends on underwriting factors and frailty. If frailty is positive, it means that a persons level of vulnerability when experiencing the risk of death is greater than negative frailty.

Keywords: frailty, generalized linear mixed model, underwriting

1. PENDAHULUAN

Dalam asuransi terdapat istilah harga premi. Harga premi merupakan nilai nominal tertentu yang dibayarkan pemegang polis kepada perusahaan asuransi supaya pemegang polis dapat mendapatkan manfaat dalam jumlah tertentu di kemudian hari saat mengajukan klaim sesuai perjanjian antara kedua belah pihak yaitu pemegang polis dengan perusahaan asuransi. Harga premi asuransi jiwa setiap orang seharusnya bergantung pada probabilitas kematiannya, bukan hanya dilihat dari usia dan jenis kelamin seperti yang ditawarkan kebanyakan perusahaan asuransi Indonesia. Hal ini dikarenakan probabilitas kematian setiap orang berbeda, maka harga premi yang dibayarkan juga berbeda. Terdapat banyak sekali faktor-faktor yang mempengaruhi risiko kematian seseorang. Beberapa faktor tersebut diantaranya adalah faktor usia, jenis kelamin, status merokok, status peminum alkohol maupun riwayat kesehatan seseorang. Faktor ini disebut faktor *underwriting* atau

teramati (Brown dan Mc Daid, 2003). Sebaliknya, ada pula faktor yang tidak teramati seperti kerentanan mengalami kematian disebut faktor *frailty* yang merupakan faktor bawaan masing-masing individu (Manton et al., 1986; Su dan Sherris, 2012). Namun dalam praktiknya, perusahaan asuransi banyak yang menawarkan harga premi asuransi yang sama tanpa memperhatikan faktor *underwriting* maupun *frailty*.

Sebelumnya, Rohmaniah dan Danardono (2017) melakukan penelitian untuk pemodelan mortalita menggunakan metode *Generalized Linear Models* dengan faktor *underwriting*, selanjutnya Rohmaniah dan Chandra (2018) menyelidiki mengenai pengaruh dari faktor *frailty* dalam pemodelan mortalita. Berdasarkan penelitian sebelumnya, tujuan dari penelitian ini untuk menentukan harga premi berdasarkan faktor *underwriting* dan faktor *frailty* menggunakan *Generalized Linear Mixed Models* (GLMM). GLMM merupakan perluasan dari *Generalized Linear Models* (GLM). GLMM digunakan untuk memodelkan gabungan

antara heterogenitas efek tetap (faktor *underwriting*) dan efek random (faktor *frailty*) antar individu. Model yang diperoleh dapat digunakan dalam menentukan harga premi asuransi jiwa yang diharapkan berpengaruh pada perusahaan asuransi jiwa. Pengaruh tersebut adalah dengan tidak terjadinya *adverse selection* (kerugian) yang dikarenakan banyaknya klaim secara bersamaan, atau tidak seimbangannya pemasukan perusahaan asuransi jiwa (diperoleh dari pembayaran premi asuransi jiwa dari pihak pemegang polis) dengan pengeluaran perusahaan asuransi jiwa (yaitu pembayaran klaim oleh perusahaan asuransi jiwa).

2. METODE

Penelitian ini merupakan penelitian longitudinal yaitu dengan membandingkan perubahan subyek penelitian dalam periode waktu tertentu. (Rohmaniah, 2015) menyatakan bahwa penelitian longitudinal merupakan penelitian jangka panjang karena membutuhkan waktu yang sangat lama untuk mengumpulkan data supaya dapat dibandingkan keadaan pada setiap periode. Data hasil penelitian longitudinal disebut data longitudinal yaitu jenis data yang dikumpulkan menurut urutan waktu dalam suatu rentang waktu tertentu pada sejumlah individu yang sama (Danardono, 2015). Data diambil dari *Health and retirement study* (www.hrsonline.isr.umich.edu) yang mensurvei penduduk Amerika berusia diatas 50 tahun. Dalam penelitian ini diambil sampel data individu berjenis kelamin laki-laki dan berusia 51-74 tahun yaitu mengenai usia, status merokok, status peminum alkohol, dan riwayat kesehatan meliputi kolesterol, jantung, stroke, dan diabetes sebanyak 106 individu dengan 6 kali penelitian.

Metode yang digunakan dalam pemodelan harga premi dengan faktor *underwriting* dan *frailty* yaitu menggunakan metode GLMM. Penelitian ini dimulai dengan mempelajari teori-teori yang diperlukan untuk membentuk model mortalita dengan faktor *underwriting* dan *frailty* dengan GLMM. GLMM dipilih karena dapat menggabungkan kedua faktor tersebut menjadi sebuah model. (Dobson, 2002) menyatakan bahwa dalam membentuk GLMM dibutuhkan tiga komponen utama seperti halnya dalam GLM, yaitu asumsi distribusi, komponen sistematik dan fungsi penghubung. Asumsi distribusi tersebut dari keluarga eksponensial, untuk penelitian ini diasumsikan berdistribusi binomial. Komponen sistematik dalam GLMM adalah:

$$\eta_{ij} = X_{ij}\beta + Z_{ij}b_i \quad (1)$$

dengan:

- β adalah $(p \times 1)$ vektor efek tetap.
- X_{ij} adalah matriks $(n_{ij} \times p)$ yang menunjukkan matriks kovariat.

- Z_{ij} adalah $(n_{ij} \times q)$ matriks kovariat untuk efek random.
- b_i adalah $(q \times 1)$ vektor efek random untuk individu i yang diasumsikan berdistribusi Normal dengan mean nol dan $Var(b_i) = \sigma_b^2$.

Fungsi penghubung dalam GLMM adalah:

$$g(\mu_{ij}) = X_{ij}\beta + Z_{ij}b_i \quad (2)$$

Selanjutnya, mengestimasi parameter dalam GLMM untuk membentuk model mortalita dengan faktor *underwriting* dan *frailty*. Dalam penelitian ini, estimasi parameter yang digunakan adalah dengan metode maksimum likelihood. (McCulloch dan Searle, 2001) menyatakan bahwa fungsi likelihood untuk mengestimasi parameter β adalah:

$$L(\beta) \propto \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^{n_i} f(y_{ij}) \\ = \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^{n_i} \exp\left(\frac{y_{ij}\theta_{ij} - \psi(\theta_{ij})}{\phi} + c(y_{ij}, \phi)\right) \quad (3)$$

Nilai efek random b_i pada GLMM tidak dapat diestimasi namun dapat diprediksi karena b_i bukan parameter (Galecki dan Burzykowski, 2003). Efek random b_i adalah independen dan berdistribusi identik Gaussian dengan mean nol dan $Var(b_i) = \sigma_b^2 = D$. Untuk mencari prediksi b_i digunakan ekspektasi bersyarat dari efek random b_i , diberikan variabel dependen Y_{ij} yaitu:

$$\hat{b}_i = E(b_i | Y_{ij}) \\ = E(b_i) + cov(b_i, Y_{ij})(cov(Y_{ij}))^{-1}(Y_{ij} - E(Y_{ij})) \quad (4)$$

Kovarian b_i dengan Y_{ij} adalah:

$$cov(b_i, Y_{ij}) = cov(b_i, X_{ij}\beta + Z_{ij}b_i + \varepsilon_{ij}) \\ = DZ_{ij}^T \quad (5)$$

$$\text{sehingga } \hat{b}_i = DZ_{ij}^T(Z_{ij}DZ_{ij}^T + R)^{-1}(Y_{ij} - X_{ij}\beta) \quad (6)$$

Setelah diperoleh nilai parameter, kemudian dilanjutkan pemodelan mortalita menggunakan GLMM. Model mortalita (q_{it}) adalah probabilitas seseorang i meninggal pada usia t (Bowers dkk, 1997). Dengan menggunakan fungsi penghubung logit, diperoleh model:

$$q_{it} = \frac{\exp(X_{it}\beta + b_i)}{1 + \exp(X_{it}\beta + b_i)} \quad (7)$$

Karena HRS merupakan penelitian yang dilakukan setiap dua tahun sekali, maka estimasi probabilitas kematian yang diperoleh juga dalam selang waktu dua tahun, yaitu

$${}_2q_{it} = \frac{\exp(X_{it}\hat{\beta} + \hat{b}_i)}{1 + \exp(X_{it}\hat{\beta} + \hat{b}_i)} \quad (8)$$

Model ini digunakan untuk menghitung harga premi asuransi jiwa. (Effendie, 2015) menyatakan bahwa asuransi jiwa adalah sebuah janji dari perusahaan asuransi (pihak penanggung) kepada nasabahnya (tertanggung) bahwa apabila nasabah mengalami risiko kematian dalam hidupnya maka perusahaan asuransi akan memberi santunan (manfaat kematian) dengan jumlah tertentu kepada ahli waris nasabah tersebut. Karena model mortalita yang diperoleh adalah untuk selang waktu dua tahun, maka tingkat diskon yang digunakan adalah untuk model dua tahunan (Rohmaniah dan Danardono, 2017). Nilai sekarang aktuarial untuk asuransi jiwa berjangka n -tahun menjadi:

$$A_{t:n} = \sum_{k=0}^{n/2-1} v^{2k+2} {}_2kP_t {}_2q_{t+2k} \quad (9)$$

Nilai sekarang aktuarial untuk anuitas jiwa berjangka n -tahun menjadi:

$$\ddot{a}_{t:n}^{(m)} = \sum_{k=0}^{n/2-1} v^{2k} {}_2kP_t, \quad m = \frac{1}{2} \quad (10)$$

Premi dua tahunan untuk asuransi jiwa berjangka n -tahun, yaitu:

$$P_{t:n}^{(m)} = \frac{A_{t:n}}{\ddot{a}_{t:n}^{(m)}}, \text{ dimana } n = \text{bilangan genap} \quad (11)$$

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Ilustrasi model untuk perhitungan premi asuransi jiwa dengan faktor underwriting dan frailty menggunakan GLMM adalah:

$${}_2q_{it} = \frac{\exp\left(\begin{matrix} \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 USA_{it} + \hat{\beta}_2 RKK_{it} + \hat{\beta}_3 ALK_{it} \\ + \hat{\beta}_4 KST_{it} + \hat{\beta}_5 JTG_{it} + \hat{\beta}_6 STR_{it} \\ + \hat{\beta}_7 DBT_{it} + \hat{b}_i \end{matrix}\right)}{1 + \exp\left(\begin{matrix} \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 USA_{it} + \hat{\beta}_2 RKK_{it} + \hat{\beta}_3 ALK_{it} \\ + \hat{\beta}_4 KST_{it} + \hat{\beta}_5 JTG_{it} + \hat{\beta}_6 STR_{it} \\ + \hat{\beta}_7 DBT_{it} + \hat{b}_i \end{matrix}\right)}$$

Dengan:

- $i = 1, 2, \dots, 106$ adalah individu,
- t adalah usia individu pada saat dilakukan penelitian,
- USA_{it} adalah usia individu i ,
- RKK_{it} adalah status individu i sebagai perokok pada usia t ($iya = 1$ atau $tidak = 0$),
- ALK_{it} adalah status individu i sebagai peminum alkohol pada usia t ($iya = 1$ atau $tidak = 0$),
- KST_{it} adalah status individu i menderita kolesterol pada usia t ($iya = 1$ atau $tidak = 0$),
- JTG_{it} adalah status individu i menderita jantung pada usia t ($iya = 1$ atau $tidak = 0$),
- STR_{it} adalah status individu i menderita stroke pada usia t ($iya = 1$ atau $tidak = 0$),
- DBT_{it} adalah status individu i menderita diabetes pada usia t ($iya = 1$ atau $tidak = 0$).

Estimasi parameter dan prediksi nilai frailty dilakukan menggunakan *software* R dengan perintah *glmer* pada *library lme4* dengan mengambil nilai $\alpha = 5\%$.

Tabel 1. Hasil Estimasi Parameter

```

AIC   BIC logLik deviance
390.4 427.9 -186.2   372.4
Random effects:
Groups Name      Variance Std.Dev.
ID      (Intercept) 1.0022e-14 1.0011e-07
Number of obs: 474, groups: ID, 106

Fixed effects:
              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept) -12.66129    2.32502  -5.446 5.16e-08 ***
USA          0.14462    0.03271   4.421 9.80e-06 ***
RKK3ya      0.07930    0.42060   0.189 0.85045
ALK3ya      0.74719    0.28669   2.606 0.00915 **
KST3ya      0.37704    0.37639   1.002 0.31647
JTG3ya      0.68353    0.30550   2.237 0.02526 *
STR3ya      0.09047    0.34786   0.260 0.79481
DBT3ya      0.69992    0.34399   2.035 0.04188 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
    
```

Tabel 2. Hasil Estimasi Parameter dengan Variabel Independen Terbaik

```

AIC   BIC logLik deviance
385.6 410.5 -186.8   373.6
Random effects:
Groups Name      Variance  Std.Dev.
ID (Intercept)  6.1897e-10 2.4879e-05
Number of obs: 474, groups: ID, 106

Fixed effects:
Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept) -12.34988   2.29204  -5.388 7.12e-08 ***
USA          0.14306   0.03209   4.459 8.25e-06 ***
ALK3ya      0.73190   0.28250   2.591 0.00958 **
JTG3ya      0.66982   0.30263   2.213 0.02687 *
DBT3ya      0.70339   0.34249   2.054 0.04000 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
    
```

Berdasarkan Tabel 1 diperoleh RKK (status individu sebagai perokok) mempunyai nilai *p-value* terbesar yaitu 0.85045 dan lebih dari α . Artinya RKK tidak berpengaruh terhadap model, sehingga variabel tersebut dihapus. Langkah dilanjutkan sampai diperoleh model dengan variabel independen terbaik.

Berdasarkan Tabel 2 diperoleh semua nilai *p-value* kurang dari kriteria α , sehingga variabel prediktor tersebut merupakan variabel independen terbaik. Model yang diperoleh adalah:

$${}_2q_{it} = \frac{\exp\left(-12.34988 + 0.14306USA_{it} + 0.7319ALK_{it} + 0.66982JTG_{it} + 0.70339DBT_{it} + \hat{b}_i\right)}{1 + \exp\left(-12.34988 + 0.14306USA_{it} + 0.7319ALK_{it} + 0.66982JTG_{it} + 0.70339DBT_{it} + \hat{b}_i\right)}$$

Efek random (frailty) dapat diperoleh menggunakan perintah *ranef* pada *library lme4*.

Tabel 3. Nilai Frailty

id	Frailty	id	Frailty	id	Frailty
21	4.633624e-10	41	1.526240e-10	91	2.858041e-10
22	4.656492e-10	42	-3.428695e-10	92	3.060276e-10
23	4.633624e-10	43	-5.771279e-10	93	4.410835e-10
24	5.718605e-10	44	3.952500e-10	94	-7.513868e-10
25	3.365051e-10	45	-5.368779e-10	95	3.436913e-10

Sebagai contoh untuk individu $i = 25$ dengan frailty 3.365051e-10 pada usia 60 peminum alkohol dan menderita kolesterol, mempunyai resiko kematian sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 {}_2q_{i=25t=60} &= \frac{\exp\left(-12.34988 + 0.14306USA_{i=25t=60} + 0.7319ALK_{i=25t=60} + \hat{b}_{i=25}\right)}{1 + \exp\left(-12.34988 + 0.14306USA_{i=25t=60} + 0.7319ALK_{i=25t=60} + \hat{b}_{i=25}\right)} \\
 &= \frac{\exp\left(-12.34988 + 0.14306(60) + 0.7319(1) + 3.365051e-10\right)}{1 + \exp\left(-12.34988 + 0.14306(60) + 0.7319(1) + 3.365051e-10\right)} \\
 &= \frac{\exp(-3.034379999664)}{1 + \exp(-3.034379999664)}
 \end{aligned}$$

$$= 0.045896644290$$

Harga premi bersih yang ditawarkan untuk satu satuan manfaat sebesar:

$$\begin{aligned}
 P_{i=25 \frac{1}{60:21}}^{(1/2)} &= A_{i=25 \frac{1}{60:21}} \\
 &= v^2 {}_2q_{i=25t=60} \\
 &= (1 - 0.08)^2 0.045896644290 \\
 &= 0.038846919727
 \end{aligned}$$

sedangkan harga premi kotor dua tahunan untuk asuransi berjangka dua tahun individu tersebut adalah:

$$\begin{aligned}
 P_{i=25 \frac{1}{60:21}}^{(1/2)} &= A_{i=25 \frac{1}{60:21}} + k \sqrt{\left({}^2A_{i=25 \frac{1}{60:21}} - \left(A_{i=25 \frac{1}{60:21}}\right)^2\right)} \\
 &= \left(0.038846919727 + \sqrt{(0.02) \sqrt{(0.032880033 - (0.038846919727)^2)}}\right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 0.038846919727 + (0.02)\sqrt{0.031370949684} \\ &= 0.038846919727 + (0.02)0.177118462 \\ &= 0.0423892890 \end{aligned}$$

4. SIMPULAN

Harga premi yang diperoleh setiap individu nilainya berbeda tergantung faktor *underwriting* dan *frailty*. Besarnya *frailty* sama untuk satu individu, dan bervariasi untuk lain individu. *Frailty* yang bernilai positif menunjukkan bahwa tingkat kerentanan seseorang dalam mengalami risiko kematian lebih besar daripada *frailty* yang bernilai negatif. Premi kotor lebih besar daripada premi bersih karena ditambah dengan *loading*.

5. UCAPAN TERIMAKASIH

Artikel ilmiah ini merupakan luaran dari penelitian dosen pemula tahun 2018 didanai oleh Direktorat Riset dan Pengabdian Kepada Masyarakat, Direktorat Jenderal Penguatan Riset dan Pengembangan, Kementerian Riset, Teknologi dan Pendidikan Tinggi pada kontrak pendanaan bulan April 2018.

6. DAFTAR PUSTAKA

- Bowers, N.L., Gerber, H.U., Hickman, J.C., Jones, D.A. dan Nesbitt, C.J. 1997. *Actuarial Mathematics 2nd Edition*. Itasca. Illinois. The Society of Actuaries.
- Brown, R. L., & McDaid, J. 2003. Factors affecting retirement mortality. *North American Actuarial Journal*, 7(2), 24–43.
- Danardono. 2015. *Analisis Data Longitudinal*. Yogyakarta. Gadjah Mada University Press.
- Dobson, A. J. 2002. *An Introduction to Generalized Linear Models 2nd Edition*. New York. Chapman & Hall/CRC.
- Effendie, Adhitya Ronnie. 2015. *Matematika Aktuaria dengan Software R*. Yogyakarta. Gadjah Mada University Press.
- Galecki, A., & Burzykowski, T. 2013. *Linear mixed-effects models using R: A step-by-step approach*. Springer Science & Business Media.
- Manton, K. G., Stallard, E., Vaupel, J. W. 1986. Alternative Models for the Heterogeneity of Mortality Risks Among the Aged. *Journal of the American Statistical Association*, 81, 635-644.
- McCullagh, P., & Nelder, J. A. 1989. *Generalized linear models* (Vol. 37). CRC press.
- McDaid, J., Brown, R. L. 2003. Factors Affecting Retirement Mortality. *North American Actuarial Journal*, 7, 24-43.
- Rohmaniah, S. A. 2015. Pemodelan Mortalita dengan Faktor Underwriting dan Frailty menggunakan Generalized Linear Mixed Models dan Aplikasinya dalam Menentukan Harga Premi. Yogyakarta: [Yogyakarta]: Universitas Gadjah Mada. Retrieved from http://etd.repository.ugm.ac.id/index.php?mod=penelitian_detail&sub=PenelitianDetail&act=view&typ=html&buku_id=77326
- Rohmaniah, S. A., Chandra, N.E. 2018. *Pengaruh Frailty dalam Pemodelan Mortalita: Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*, Diselenggarakan oleh Program Studi Magister Pendidikan Matematika FKIP UNS, 4 Agustus 2018. Surakarta
- Rohmaniah, S. A., Danardono. 2017. *Perhitungan harga premi model dua tabunan dengan faktor underwriting menggunakan generalized linear models: Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*, Diselenggarakan oleh Program Studi Pendidikan Matematika, UMS, 18 Maret 2017 (hal. 124-132). Surakarta: Muhammadiyah University Press. Diakses dari <https://publikasiilmiah.ums.ac.id/bitstream/handle/11617/8745/M-12>
- Su, S., Sherris, M. 2012. Heterogeneity of Australian Population Mortality and Implications for a Viable Life Annuity Market. *Insurance: Mathematics and Economics*, 51, 322-332.