AKSIOMA: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika
Vol. 15, No. 1 April 2024
e-ISSN 2579-7646

Penerapan Metode *Modified* Hungarian pada Permasalahan Penugasan *Fuzzy*

[1]Rina Megasari, [2]Bayu Prihandono, [3]Meliana Pasaribu

[1,2,3] Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Tanjungpura

Email: rinamega.ssri@gmail.com

Abstrak

Pengalokasian pekerjaan pada setiap pekerja merupakan salah satu masalah di Usaha rafa buket pontianak yang bergerak pada pembuatan berbagai jenis buket. Sulitnya pengalokasian disebabkan oleh beberapa kendala seperti kemampuan pekerja yang berbeda-beda dan pesanan tiap jenis buket sering kali lebih banyak dari pekerja yang ada. Masalah tersebut dapat dirumuskan dalam model penugasan tidak seimbang. Selain itu parameter yang digunakan seperti waktu produksi tidak selalu dapat ditentukan secara pasti. Dengan demikian diperlukan pendekatan dengan teori himpunan fuzzy pada masalah penugasan yang disebut masalah penugasan fuzzy. Pada penyelesaian masalah penugasan tidak seimbang dengan metode Hungarian terdapat pekerjaan yang diabaikan karena dipasangkan dengan variabel dummy. Kenyataannya mengabaikan pekerjaan tidak mungkin dilakukan. Oleh karena itu penelitian ini bertujuan untuk mengaplikasikan metode Modified Hungarian pada penyelesaian masalah penugasan tidak seimbang dengan meminimalkan waktu produksi berupa bilangan fuzzy trapezoidal. Bilangan fuzzy diubah menjadi bilangan tegas dengan peringkat Magnitude, kemudian masalah penugasan diselesaikan dengan metode modified Hungarian dengan membagi matriks biaya masalah penugasan tidak seimbang menjadi beberapa matriks biaya yang seimbang. Berdasarkan hasil penelitian diperoleh solusi optimal yaitu buket bunga 1 (A) dikerjakan oleh pekerja (V), buket bunga 2 (B) dan bunga 3 (C) dikerjakan oleh pekerja (I), buket makanan ringan 1 (D) dikerjakan oleh pekerja (IV), buket makanan ringan 2 (E) dan hijab (H) dikerjakan oleh pekerja (III), serta buket balon (F) dan uang (G) dikerjakan oleh pekerja (II). Total waktu pengerjaan buket adalah 6 jam 50 menit 40 detik.

Kata kunci: *masalah penugasan tidak seimbang, bilangan fuzzy trapezoidal, peringkat Magnitude*

Abstract

One of the problems at Rafa Bouquet Pontianak, which makes a variety of bouquets, is allocating labour to each employee. Allocation is difficult because of a variety of factors, including workers varying abilities and orders for each type of bouquet that frequently exceed the number of workers available. The problem can be formulated in an unbalanced assignment model. Furthermore, the parameters used, such as production time, are not always known with precision. Thus, an approach based on fuzzy set theory is required in the assignment problem known as the fuzzy assignment problem. When solving unbalanced assignment problems with the Hungarian method, some work is ignored because it is associated with dummy variables. Ignoring work is impossible. therefore, the goal of this study is to use the Modified Hungarian technique for dealing unbalanced assignment problem with minimising production time in the form of *trapezoidal fuzzy numbers. Fuzzy numbers are transformed into crisp numbers with Magnitude ranking, and the assignment problem is solved using the modified Hungarian technique, which involves dividing the unbalanced assignment problem's cost matrix into numerous balanced cost matrices. Based on the research results, the optimal solution was obtained: flower bouquet 1 (A) was done by worker (V), flower bouquet 2 (B) and flower 3 (C) were done by worker (I), snack bouquet 1 (D) was done by worker (IV), bouquet of snacks 2 (E) and hijab (H) were done by worker (III), and bouquet of balloons (F) and money (G) were done by worker (II). The total time for making the bouquets was 6 hours, 50 minutes, and 40 seconds.*

keywords: *unbalanced assignment problem, trapezoidal fuzzy number, magnitude ranking*

A. Pendahuluan

Semakin meluasnya perkembangan usaha diberbagai bidang mengharuskan setiap perusahaan terus mengoptimalkan kegiatan usaha untuk memenangkan persaingan pasar (Supatimah dkk., 2019). Dalam menjalankan sebuah usaha, sumber daya manusia merupakan salah satu unsur penting karena memiliki tingkat efisiensi yang berbeda dalam menyelesaikan setiap pekerjaan. Pengoptimalan kegiatan usaha maupun pengelolaan sistem yang besar dan kompleks melibatkan manusia, mesin, material, serta uang dapat dilakukan dengan metode ilmiah yang disebut riset operasi (Syafrudin dkk., 2023). Masalah-masalah yang berhubungan dengan alokasi dari setiap sumber daya terutama tenaga kerja merupakan salah satu kasus khusus dari masalah pemrograman linear yang disebut dengan masalah penugasan (*assignment problem*) (Ibnas dkk., 2018; Tuadi dkk., 2022). Masalah penugasan bertujuan untuk menempatkan pekerja sesuai dengan kemampuan pada bidang yang tersedia agar pekerjaan yang ada dapat diselesaikan lebih optimal (Taha, 2017). Metode Hungarian merupakan metode yang sering digunakan pada penyelesaian masalah penugasan karena dapat disederhanakan dengan memformulasi masalah penugasan ke dalam bentuk matriks dengan kolom menunjukkan tujuan dan baris menunjukkan sumber atau sebaliknya.

Pada metode Hungarian, masalah penugasan tidak seimbang ditambahkan sebuah variabel yang disebut *dummy* agar masalah penugasan tersebut seimbang (Tsani dkk., 2021). Kemudian pekerjaan yang diselesaikan oleh pekerja *dummy* atau sebaliknya akan diabaikan, hal tersebut tidak mungkin dilakukan oleh perusahaan. Oleh karena itu pada penelitian ini dikaji cara menentukan solusi dari masalah penugasan menggunakan metode Hungarian yang dimodifikasi (*Modified* Hungarian) dengan membagi matriks biaya masalah penugasan tidak seimbang menjadi matriks-matriks bagian yang seimbang kemudian diselesaikan dengan metode Hungaran.

Kepastian atau pendefinisian secara tegas nilai parameter merupakan salah satu asumsi dari permasalahan-permasalahan linear (Septiani dkk., 2016). Kenyataannya, parameter yang ada tidak selalu dapat ditentukan secara pasti (Hidayah dan Juniati, 2019). Masalah-masalah yang berkaitan dengan ketidakpastian atau kesamaran dipelajari pada Logika dan teori himpunan *fuzzy* yang diperkenalkan pertama kali oleh Lotfi A. Zadeh. Pada teori himpunan *fuzzy* dipelajari bahwa batas himpunan tidak dinyatakan secara tegas (Kusumadewi dan Purnama, 2013). Teori himpunan *fuzzy* banyak dikembangkan pada masalah-masalah optimasi dengan menggunakan bilangan *fuzzy*, seperti pada masalah penugasan *fuzzy*. Bilangan *fuzzy* pada kehidupan sehari-hari didefinisikan sebagai bilangan-bilangan tidak tepat yang berupa perkiraan bilangan atau bilangan-bilangan yang mendekati suatu bilangan tertentu (Klir dan Yuan, 1995). Bilangan *fuzzy* yang sering digunakan adalah bilangan *fuzzy triangular* yang fungsi keanggotaannya berbentuk segitiga dan bilangan *fuzzy trapezoidal* yang fungsi keanggotaannya berbentuk trapesium (Susilo, 2018). Masalah penugasan *fuzzy* adalah masalah penugasan yang biaya alokasinya tidak dapat dinyatakan secara tepat atau pasti (*fuzzy*) (Dhouib dan Sutikno, 2023). Pada masalah penugasan *fuzzy,* bilangan *fuzzy* perlu diubah ke bilangan tegas agar dapat diselesaikan. Proses mengubah bilangan *fuzzy* menjadi bilangan tegas disebut dengan penegasan (defuzzifikasi). Penegasan bilangan *fuzzy* banyak diteliti dan dikembangkan dalam berbagai pendekatan, salah satunya adalah dengan peringkat *Magnitude*. Proses penegasan dengan peringkat *Magnitude* dilakukan dengan memperhatikan perbedaan dari fungsi keanggotaan kiri dan keanggotaan kanan dari $\alpha - cut$nya (Aulia dkk., 2017).

Beberapa penelitian yang telah dilakukan sebelumnya yaitu penelitian oleh Yadaiah dan Haragopal (2016) yang mengusulkan penyelesaian masalah penugasan tidak seimbang dengan membagi matriks biayanya menjadi beberapa bagian seimbang kemudian diselesaikan dengan pendekatan *lexi-search*. Penelitian selanjutnya oleh Evipania dkk., (2021) yang menuliskan bahwa dengan metode *modified* Hungarian masalah penugasan tidak seimbang pada Mitra Tex Konveksi dapat menghasilkan solusi yang lebih optimal. Pada penelitian Elsisy dkk., (2020) diberikan definisi dari masalah penugasan *fuzzy* dan metode penyelesaiannya, serta penerapan dari metode yang diusulkan pada penentuan penggunaan kembali bangunan-bangunan berharga di Mesir. Penelitian oleh Thakre dkk., (2021) tentang perbandingan efektivitas metode Hungarian, metode penyelesaian langsung, dan metode *fuzzy* Hungarian pada penyelesaian masalah penugasan *fuzzy*. Penelitian lain terkait penyelesaian masalah penugasan juga dilakukan oleh Harini (2017), Rusdiana dkk., (2019), dan Aritonang dkk., (2020). Sedangkan Karyati dkk., (2020) melakukan penelitian terhadap sifat-sifat peringkat *Magnitude* pada bilangan *fuzzy trapezoidal* dan diperoleh sifat-sifat aritmatiknya.

Berdasarkan uraian penelitian-penelitian tersebut, dibahas metode penyelesaian masalah penugasan tidak seimbang dengan *Modified* Hungarian dan masalah penugasan *fuzzy*, namun belum membahas secara khusus masalah penugasan *fuzzy* tidak seimbang. Permasalahan yang dibahas di penelitian ini adalah pengalokasian pekerja ke tugas pembuatan berbagai jenis buket pada Usaha Rafa Buket Pontianak. Masalah yang sering dihadapi adalah kemampuan pekerja dalam membuat setiap jenis buket berbeda-beda dan waktu pengerjan buket berupa bilangan *fuzzy*. Selain itu, banyak pekerja tidak sama dengan banyaknya jenis buket yang dibuat. Oleh karena itu, penelitian ini dilakukan untuk menentukan solusi dari masalah penugasan *fuzzy* tidak seimbang dengan menggunakan metode *Modified* Hungarian dan peringkat *Magnitude* untuk penegasan bilangan *fuzzy trapezoidal*.

B. Metode Penelitian

Penelitian ini dilakukan dengan studi literatur dan wawancara. Literatur yang digunakan diperoleh dari buku-buku dan jurnal penelitian yang berkaitan dengan masalah penugasan, masalah penugasan *fuzzy*, serta teori-teori yang berkaitan dengan himpunan *fuzzy*. Data yang digunakan pada penelitian diperoleh dari hasil wawancara dan observasi yaitu data banyak pekerja, jenis-jenis buket yang diproduksi, dan waktu setiap pekerja dalam pengerjaan setiap jenis buket. Penelitian ini dilakukan menggunakan metode *modified* Hungarian dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Memformulasi waktu pengerjaan buket menjadi bilangan *fuzzy*
2. Membentuk model matematika masalah penugasan *fuzzy* tidak seimbang
3. Menyusun masalah penugasan *fuzzy* ke bentuk tabel penugasan
4. Mengubah bilangan *fuzzy* menjadi bilangan tegas dengan peringkat *Magnitude*
5. Membentuk matriks biaya (*cost matrix*) tidak seimbang
6. Partisi matriks biaya menjadi k matriks yang seimbang, yaitu:
   a. Jumlahkan setiap baris dan setiap kolom yang hasil jumlahannya disimpan pada *sum row* dan *sum column* kemudian urutkan *sum row* dan *sum column* dari yang paling minimum ke minimum berikutnya
   b. Pilih dan susun m baris pada *sum row* dari yang terkecil dan hapus $m-n$ baris dari yang terbesar, kemudian susun menjadi matriks bagian pertama yang seimbang
   c. Periksa baris yang tersisa dari $m-n$. Jika baris yang tersisa dari $m-n=0$ lanjut ke langkah 7. Jika baris yang tersisa dari $m-n$ lebih dari n maka ulangi langkah 6b untuk mendapatkan matriks bagian selanjutnya. Jika baris yang tersisa dari $m-n$ kurang dari n maka lanjut ke langkah 6e
   d. Hapus $n-m$ kolom dari yang terbesar untuk mendapatkan matriks bagian selanjutnya dan ulangi langkah 6c.

AKSIOMA: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika
Vol. 15, No. 1 April 2024
e-ISSN 2579-7646

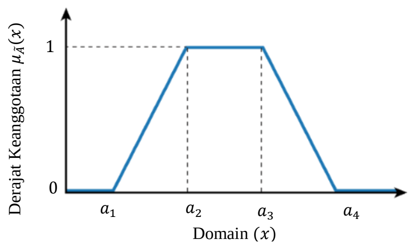
7. Menentukan waktu optimal dengan meminimalkan waktu pengerjaan buket dengan metode Hungarian, yaitu:
   a. Pilih nilai terkecil pada setiap baris kemudian kurangkan setiap baris dengan nilai terkecilnya
   b. Pastikan setiap baris dan kolom memiliki angka nol. Jika masih terdapat baris dan kolom yang belum memiliki angka nol maka dicari nilai terkecil pada setiap kolom kemudian kurangkan dengan semua nilai yang ada pada kolom
   c. Lakukan uji optimalitas dengan menarik garis yang melewati setiap nilai nol pada P tersebut
   d. Jika banyak garis yang terbentuk sama dengan banyak baris/kolom maka masalah penugasan sudah optimal, jika banyaknya tidak sama maka lakukan revisi matriks dengan memilih nilai terkecil yang tidak dilewati garis lalu kurangkan nilai yang tidak dilewati garis dan jumlahkan nilai yang dilewati dua garis dengan nilai terkecilnya
8. Jika setiap k matriks P telah diselidiki, jumlahkan untuk mendapatkan hasil waktu optimal totalnya
9. Jika hasil telah optimal, dilakukan pengalokasian tugas kepada setiap pekerja berdasarkan waktu yang paling optimal
10. Interpretasi hasil penugasan setiap pekerjaan kepada pekerja

C. Hasil dan Pembahasan

Tingkat kemampuan pekerja pada Usaha Rafa Buket Pontianak dilihat berdasarkan waktu pekerja dalam pengerjaan berbagai jenis buket yang diproduksi. Usaha Rafa Buket Pontianak memiliki lima pekerja yaitu pekerja (I), (II), (III), (IV), dan (V) serta delapan jenis buket yang dibuat yaitu buket bunga 1 (A), buket bunga 2 (B), buket bunga 3 (C), buket makanan ringan 1 (D), buket makanan ringan 2 (E), buket balon (F), buket uang (G), dan buket hijab (H).

1. Formulasi waktu pengerjaan buket menjadi bilangan *fuzzy*

Waktu pekerja dalam mengerjakan setiap jenis buket tidak dapat dinyatakan secara pasti, namun dinyatakan dengan perkiraan sehingga waktu pengerjaan tersebut berupa bilangan *fuzzy*. Setiap waktu pekerja dalam pembuatan berbagai jenis buket yang diperoleh akan diformulasikan menjadi bilangan *fuzzy trapezoidal*. Fungsi keanggotaan $\mu_{\tilde{A}} : X \rightarrow [0,1]$ trapesium dapat diilustrasikan sebagai bentuk grafik pada Gambar 1.



AKSIOMA: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika
Vol. 15, No. 1 April 2024
e-ISSN 2579-7646

Gambar 1. Grafik fungsi *trapezoidal*

Bilangan *fuzzy* $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ pada semesta $\mathbb{R}$ dikatakan sebagai bilangan *fuzzy trapezoidal* jika fungsi keanggotaannya berbentuk trapesium yang dinyatakan dengan Persamaan (1) (Dhanasekar dkk., 2020)

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{x-a_1}{a_2-a_1} & ; a_1 \leq x \leq a_2 \\ 1 & ; a_2 \leq x \leq a_3 \\ \frac{a_4-x}{a_4-a_3} & ; a_3 \leq x \leq a_4 \\ 0 & ; x \leq a_1 \text{ atau } x \geq a_4 \end{cases} \tag{1}$$

Waktu pengerjaan setiap jenis buket dapat dinyatakan sebagai bilangan *fuzzy trapezoidal* sesuai dengan Persamaan (1) yang dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Waktu Pengerjaan Berbagai Jenis Buket (menit)

Jenis Buket	**Pekerja**				
	(I)	**(II)**	**(III)**	**(IV)**	**(V)**
(A)	(10,15,20,25)	(5,8,15,20)	(8,15,20,25)	(15,30,45,50)	(25,30,45,50)
(B)	(10,20,60,63)	(12,15,75,90)	(15,30,90,95)	(55,60,120,125)	(35,40,135,150)
(C)	(45,60,90,95)	(85,90,120,130)	(100,120,150,165)	(110,120,180,183)	(145,150,180,185)
(D)	(10,20,40,45)	(10,15,30,45)	(15,20,40,50)	(25,35,50,60)	(28,30,90,105)
(E)	(40,50,70,75)	(30,40,60,65)	(50,60,90,105)	(85,90,150,155)	(80,90,120,150)
(F)	(15,40,60,65)	(55,60,90,105)	(85,90,120,130)	(90,105,150,155)	(115,120,150,155)
(G)	(25,40,60,65)	(25,30,45,65)	(25,40,60,65)	(50,70,90,95)	(50,60,90,105)
(H)	(15,25,45,55)	(15,20,35,50)	(10,20,35,40)	(40,60,90,100)	(100,120,150,180)

Berdasarkan Tabel 1, buket (A) dikerjakan oleh pekerja (I) sekitar 15 hingga 20 menit, namun pengerjaan tercepatnya tidak pernah mencapai 10 menit dan pengerjaan terlamanya tidak pernah mencapai 25 menit sedangkan buket (B) dikerjakan oleh pekerja (I) sekitar 20 hingga 60 menit, namun pengerjaan tercepatnya tidak pernah mencapai 10 menit dan pengerjaan terlamanya tidak pernah mencapai 63 menit begitu seterusnya hingga buket (H) yang dikerjakan oleh pekerja (V).

2. Pembentukan model matematika masalah penugasan *fuzzy*

Masalah penugasan pada Usaha Rafa Buket Pontianak dengan waktu produksi berupa bilangan *fuzzy* dapat dibentuk dalam model masalah penugasan *fuzzy*.

Variabel Keputusan

Variabel keputusan masalah penugasan *fuzzy* dengan $i = 1,2,3,4,5,6,7,8$ dan $j = 1,2,3,4,5$ dapat dinyatakan dalam *Equation* (2)

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, \text{jika pekerjaan } i \text{ ditugaskan kepada pekerja } j \\ 0, \text{jika pekerjaan } i \text{ tidak ditugaskan pada pekerjaan } j \end{cases} \tag{2}$$

AKSIOMA: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika
Vol. 15, No. 1 April 2024
e-ISSN 2579-7646

Fungsi Tujuan

Fungsi tujuan masalah penugasan *fuzzy* dengan meminimalkan waktu produksi ditunjukkan dalam Ekspresi (3).

$$minimalkan\, \tilde{z} = \sum_{i=1}^{8} \sum_{j=1}^{5} \tilde{c}_{ij}\, x_{ij} \quad (3)$$

Fungsi Kendala

Kendala Pekerjaan

Fungsi kendala pekerjaan dimana satu pekerjaan hanya dapat dikerjakan oleh satu pekerja diekspresikan dalam Equation (4).

$$\sum_{i=1}^{8} x_{ij} = 1 \qquad ;\, j = 1,2,3,4,5, \quad (4)$$

Kendala Pekerja

Pada Usaha Rafa Buket Pontianak diketahui bahwa pekerjaan lebih banyak dari pekerja, sehingga didefinisikan bahwa fungsi kendala pekerja dengan satu pekerja dapat mengerjakan lebih dari satu pekerjaan yang ditampilkan dalam Ekspresi (5).

$$\sum_{j=1}^{5} x_{ij} \geq 1 \qquad ;\, i = 1,2,3,4,5 \quad (5)$$

Dan fungsi kendala non-negatif pada Ekspresi (6).

$$x_{ij} \geq 0 \quad (6)$$

untuk setiap i dan j dengan $i = 1,2,3,4,5$ dan $j = 1,2,3,4,5,6,7,8$

3. Pembentukan model matematika masalah penugasan *fuzzy*

Dengan d_i adalah pekerjaan, dan s_j adalah pekerja tabel masalah penugasan dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Tabel Masalah Penugasan

	(I)	(II)	(III)	(IV)	(V)	s_j
(A)	(10,15,20,25)	(5,8,15,20)	(8,15,20,25)	(15,30,45,50)	(25,30,45,50)	1
	x_{11}	x_{21}	x_{31}	x_{41}	x_{51}	
(B)	(10,20,60,63)	(12,15,75,90)	(15,30,90,95)	(55,60,120,125)	(35,40,135,150)	1
	x_{12}	x_{22}	x_{32}	x_{42}	x_{52}	
(C)	(45,60,90,95)	(85,90,120,130)	(100,120,150,165)	(110,120,180,183)	(145,150,180,185)	1
	x_{13}	x_{23}	x_{33}	x_{43}	x_{53}	
(D)	(10,20,40,45)	(10,15,30,45)	(15,20,40,50)	(25,35,50,60)	(28,30,90,105)	1
	x_{14}	x_{24}	x_{34}	x_{44}	x_{54}	
(E)	(40,50,70,75)	(30,40,60,65)	(50,60,90,105)	(85,90,150,155)	(80,90,120,150)	1
	x_{15}	x_{25}	x_{35}	x_{45}	x_{55}	
(F)	(15,40,60,65)	(55,60,90,105)	(85,90,120,130)	(90,105,150,155)	(115,120,150,155)	1
	x_{16}	x_{26}	x_{36}	x_{46}	x_{56}	

(G)	(25,40,60,65) x_{17}	(25,30,45,65) x_{27}	(25,40,60,65) x_{37}	(50,70,90,95) x_{47}	(50,60,90,105) x_{57}	1
(H)	(15,25,45,55) x_{18}	(15,20,35,50) x_{28}	(10,20,35,40) x_{38}	(40,60,90,100) x_{48}	(100,120,150,180) x_{58}	1
d_i	1	1	1	1	1	

4. Penegasan bilangan *fuzzy* dengan peringkat *Magnitude*

Diberikan $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ sebagai bilangan *fuzzy trapezoidal*. Didefinisikan metode *Magnitude* yang memetakan bilangan *fuzzy* $\tilde{A}$ dengan suatu nilai pada bilangan real, sebagai berikut (Jufri dkk., 2017):

$$Mag(\tilde{A}) = Mag(a_1, a_2, a_3, a_4) = \frac{a_1 + 5a_2 + 5a_3 + a_4}{12} \quad (7)$$

Peringkat *Magnitude* digunakan untuk mendapatkan nilai tegas dari bilangan *fuzzy* $\tilde{A}$ atau $Mag(\tilde{A})$ yang dapat membantu tahapan pada penentuan solusi optimal masalah penugasan *fuzzy* dengan metode *Modified* Hungarian. Nilai tegas dari setiap bilangan *fuzzy* pada Tabel 1. dengan peringkat *Magnitude* sesuai dengan Persamaan (7) ditampilkan pada Tabel 3.

Tabel 3. Tabel Hasil Penegasan Bilangan *Fuzzy*

Jenis Buket	**Pekerja**				
	(I)	**(II)**	**(III)**	**(IV)**	**(V)**
(A)	17,5	11,66667	17,33333	36,66667	37,5
(B)	39,41667	46	59,16667	90	88,33333
(C)	74,16667	105,4167	134,5833	149,4167	165
(D)	29,58333	23,33333	30,41667	42,5	61,08333
(E)	59,58333	49,58333	75,41667	120	106,6667
(F)	48,33333	75,83333	105,4167	126,6667	135
(G)	49,16667	38,75	49,16667	78,75	75,41667
(H)	35	28,33333	27,08333	74,16667	135,8333

5. Membentuk matriks biaya

Tabel 3 dapat dinyatakan sebagai matriks biaya (*cost matrix*) Csebagai berikut:

$$C_{8\times 5}=\begin{array}{c} \\ (A)\\ (B)\\ (C)\\ (D)\\ (E)\\ (F)\\ (G)\\ (H)\end{array}\begin{bmatrix} (I) & (II) & (III) & (IV) & (V)\\ 17,5 & 11,66667 & 17,33333 & 36,66667 & 37,5\\ 39,41667 & 46 & 59,16667 & 90 & 88,33333\\ 74,16667 & 105,4167 & 134,5833 & 149,4167 & 165\\ 29,58333 & 23,33333 & 30,41667 & 42,5 & 61,08333\\ 59,58333 & 49,58333 & 75,41667 & 120 & 106,6667\\ 48,33333 & 75,8333 & 105,4167 & 126,6667 & 135\\ 49,16667 & 38,75 & 49,16667 & 78,75 & 75,41667\\ 35 & 28,33333 & 27,08333 & 74,16667 & 135,8333\end{bmatrix}.$$

6. Partisi matriks $C_{8\times 5}$ menjadi k matriks yang seimbang

Partisi matriks ditentukan dengan menjumlahkan setiap baris dan setiap kolom kemudian diurutkan dari yang terkecil hingga terbesar. Penjumlahan setiap baris dinyatakan dengan *sum row* dan penjumlahan setiap kolom dinyatakan dengan *sum column* (Yadaiah dan Haragopal, 2016). Hasil penjumlahan baris dan kolom disajikan pada Tabel 4.

Tabel 4. Hasil Penjumlahan Baris dan Kolom

	Sum row		***Sum column***
(A)	120,6666667	(I)	352,75
(B)	322,9166667	(II)	378,917
(C)	628,5833333	(III)	498,583
(D)	186,9166667	(IV)	718,167
(E)	411,25	(V)	804,833
(F)	491,25		
(G)	291,25		
(H)	300,4166667		

Didapatkan hasil urutan *sum row* adalah (A), (D), (G), (H), (B), (E), (F), dan (C) serta urutan *sum column* adalah (I), (II), (III), (IV), dan (V). Setelah didapatkan urutkan nilai *sum row* dan *sum column* dari yang terkecil, karena pekerjaan lebih banyak dari pekerja maka pilih lima pekerjaan terkecil agar mendapatkan matriks seimbang P dengan $k = 1$ atau P_1.

$$P_1=\begin{array}{c} \\ (A)\\ (B)\\ (D)\\ (G)\\ (H)\end{array}\begin{bmatrix} (I) & (II) & (III) & (IV) & (V)\\ 17,5 & 11,6667 & 17,3333 & 36,6667 & 37,5\\ 39,4167 & 46 & 59,1667 & 90 & 88,3333\\ 29,5833 & 23,3333 & 30,4167 & 42,5 & 61,0833\\ 49,1667 & 38,75 & 49,1667 & 78,75 & 75,4167\\ 35 & 28,3333 & 27,0833 & 74,1667 & 135,833\end{bmatrix}.$$

Kemudian pilih tiga pekerjaan tersisa yang belum dipilih dan pilih tiga nilai pekerja terkecil pada tiga pekerjaan tersebut agar mendapatkan matriks seimbang P dengan $k = k + 1$ atau P_2 (Yadaiah dan Haragopal, 2016).

AKSIOMA: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika
Vol. 15, No. 1 April 2024
e-ISSN 2579-7646

$$P_2 = \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} \text{(I)} & \text{(II)} & \text{(III)} \end{array} \\ \begin{array}{c} (C) \\ (E) \\ (F) \end{array} & \begin{bmatrix} 74{,}16667 & 105{,}417 & 134{,}583 \\ 59{,}58 & 49{,}5833 & 75{,}4167 \\ 48{,}33 & 75{,}8333 & 105{,}417 \end{bmatrix} \end{array}.$$

7. Penentuan waktu optimal dengan metode Hungarian

Kurangkan setiap baris pada matriks P_1 dengan nilai baris terkecilnya sehingga diperoleh

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} \text{(I)} & \text{(II)} & \text{(III)} & \text{(IV)} & \text{(V)} \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{(A)} \\ \text{(B)} \\ \text{(D)} \\ \text{(G)} \\ \text{(H)} \end{array} & \begin{bmatrix} 5{,}83333 & 0 & 5{,}66667 & 25 & 25{,}8333 \\ 0 & 6{,}58333 & 19{,}75 & 50{,}5833 & 48{,}9167 \\ 6{,}25 & 0 & 7{,}08333 & 19{,}1667 & 37{,}75 \\ 10{,}4167 & 0 & 10{,}4167 & 40 & 36{,}6667 \\ 7{,}91667 & 1{,}25 & 0 & 47{,}0833 & 108{,}75 \end{bmatrix} \end{array}.$$

Karena kolom (IV) dan (V) belum memiliki nilai nol, maka kurangkan dengan nilai terkecil pada kolom tersebut sehingga diperoleh

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} \text{(I)} & \text{(II)} & \text{(III)} & \text{(IV)} & \text{(V)} \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{(A)} \\ \text{(B)} \\ \text{(D)} \\ \text{(G)} \\ \text{(H)} \end{array} & \begin{bmatrix} 5{,}83333 & 0 & 5{,}66667 & 5{,}83333 & 0 \\ 0 & 6{,}58333 & 19{,}75 & 31{,}4167 & 23{,}0833 \\ 6{,}25 & 0 & 7{,}08333 & 0 & 11{,}9167 \\ 10{,}4167 & 0 & 10{,}4167 & 20{,}8333 & 10{,}8333 \\ 7{,}91667 & 1{,}25 & 0 & 27{,}9167 & 82{,}9167 \end{bmatrix} \end{array}.$$

Karena setiap kolom telah memiliki nilai nol, maka dapat dilanjutkan pada proses uji optimalitas dengan menarik garis seminimal mungkin yang mencakup setiap nilai nol sehingga,

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} \text{(I)} & \text{(II)} & \text{(III)} & \text{(IV)} & \text{(V)} \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{(A)} \\ \text{(B)} \\ \text{(D)} \\ \text{(G)} \\ \text{(H)} \end{array} & \begin{bmatrix} 5{,}83333 & 0 & 5{,}66667 & 5{,}83333 & 0 \\ 0 & 6{,}58333 & 19{,}75 & 31{,}4167 & 23{,}0833 \\ 6{,}25 & 0 & 7{,}08333 & 0 & 11{,}9167 \\ 10{,}4167 & 0 & 10{,}4167 & 20{,}8333 & 10{,}8333 \\ 7{,}91667 & 1{,}25 & 0 & 27{,}9167 & 82{,}9167 \end{bmatrix} \end{array}.$$

Karena banyak garis sama dengan banyak baris/kolom, maka masalah penugasan tersebut telah optimal dan dapat dilanjutkan dengan pengalokasian pekerja. Pilih baris atau kolom yang bernilai nol.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} \text{(I)} & \text{(II)} & \text{(III)} & \text{(IV)} & \text{(V)} \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{(A)} \\ \text{(B)} \\ \text{(D)} \\ \text{(G)} \\ \text{(H)} \end{array} & \begin{bmatrix} 5{,}83 & \mathbf{0} & 5{,}66 & 5{,}83 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 6{,}58 & 19{,}75 & 31{,}41 & 23{,}08 \\ 6{,}25 & \mathbf{0} & 7{,}09 & \mathbf{0} & 11{,}92 \\ 10{,}42 & \mathbf{0} & 10{,}42 & 20{,}83 & 10{,}84 \\ 7{,}92 & 1{,}25 & \mathbf{0} & 27{,}92 & 82{,}92 \end{bmatrix} \end{array}.$$

Hasil alokasi pekerja pada matriks P_1 adalah Pekerja (I) mengerjakan (B), (II) mengerjakan (G), (III) mengerjakan (H), (IV) mengerjakan (D) dan (V) mengerjakan (A).

Dengan langkah pengerjaan yang sama untuk matriks P_2 didapatkan pengalokasian pekerja sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} & \text{(I)} & \text{(II)} & \text{(III)} \\ \text{(C)} & \mathbf{0} & 3{,}75 & 7{,}07 \\ \text{(E)} & 37{,}5 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \text{(F)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 3{,}75 \end{bmatrix}.$$

Hasil alokasi pekerja pada matriks P_2 adalah Pekerja (I) mengerjakan (C), (II) mengerjakan (F), dan (III) mengerjakan (E).

Setelah didapatkan hasil alokasi pekerja untuk matriks P_1 dan P_2 kemudian didapatkan hasil optimal pada masalah penugasan tidak seimbang dapat dituliskan sebagai berikut:

$$x_{15} = x_{21} = x_{31} = x_{44} = x_{53} = x_{62} = x_{72} = x_{83} = 1. \tag{8}$$

Dengan menyesuaikan Persamaan (8) ke Persamaan (3) didapatkan solusi optimal dari masalah penugasan *fuzzy* tidak seimbang adalah $\tilde{z} = (245{,}315{,}505{,}583)$ dan $Mag(\tilde{z}) = 410{,}67$. Oleh karena itu, diperoleh waktu total pembuatan setiap jenis buket adalah 410,67 menit atau 6 jam 50 menit 40 detik dengan alokasi pekerjaan yaitu buket bunga 1 (A) dikerjakan oleh pekerja (V), buket bunga 2 (B) dikerjakan oleh pekerja (I), buket bunga 3 (C) dikerjakan oleh pekerja (I), buket makanan ringan 1 (D) dikerjakan oleh pekerja (IV), buket makanan ringan 2 (E), dikerjakan oleh pekerja (III), buket balon (F) dikerjakan oleh pekerja (II), buket uang (G) dikerjakan oleh pekerja (II), dan buket hijab (H) dikerjakan oleh pekerja (III).

D. Simpulan

Masalah penugasan *fuzzy* tidak seimbang pada Usaha Rafa Buket Pontianak dapat diselesaikan dengan metode *Modified* Hungarian dengan mengubah bilangan *fuzzy* menjadi bilangan tegas. Dilanjutkan dengan partisi matriks biaya tidak seimbang menjadi matriks-matriks bagian seimbang dan diselesaikan dengan metode Hungarian. Solusi optimal yang didapatkan dengan *Modified* Hungarian adalah waktu total pembuatan setiap jenis buket 410,67 menit dengan alokasi pekerjaan yaitu buket bunga 1 (A) dikerjakan oleh pekerja (V), buket bunga 2 (B) dikerjakan oleh pekerja (I), buket bunga 3 (C) dikerjakan oleh pekerja (I), buket makanan ringan 1 (D) dikerjakan oleh pekerja (IV), buket makanan ringan 2 (E), dikerjakan oleh pekerja (III), buket balon (F) dikerjakan oleh pekerja (II), buket uang (G) dikerjakan oleh pekerja (II), dan buket hijab (H) dikerjakan oleh pekerja (III).

E. Daftar Pustaka

Aritonang, W., Hasibuan, N. A., & Hondro, R. K. (2020). Application of the Hungarian Method for Assigning Workers to Ciptaland Development. *The IJICS (International Journal of Informatics and Computer Science)*, 4(1), 12. doi.org/10.30865/ijics.v4i1.1983

Aulia, L., Irawanto, B., & Surarso, B. (2017). Pendekatan Value Bilangan Trapezoidal Fuzzy dalam Metode Magnitude. *Ejournal Undip*, 20(2).

Dhanasekar, S., Parthiban, V., & David Maxim Gururaj, A. (2020). Improved Hungarian Method to Solve Fuzzy Assignment Problem and Fuzzy Traveling Salesman Problem. *Advances in Mathematics: Scientific Journal*, 9(11), 9417–9427. doi.org/10.37418/amsj.9.11.46

Dhouib, S., & Sutikno, T. (2023). Solving the trapezoidal fuzzy assignment problem using the novel Dhouib-Matrix-AP1 heuristic. *Bulletin of Electrical Engineering and Informatics*, 12(2), 950–957. doi.org/10.11591/eei.v12i2.4855

Elsisy, M. A., Elsaadany, A. S., & El Sayed, M. A. (2020). Using Interval Operations in the Hungarian Method to Solve the Fuzzy Assignment Problem and Its Application in the Rehabilitation Problem of Valuable Buildings in Egypt. *Complexity*, 2020, 1–11. doi.org/10.1155/2020/9207650

Evipania, R., Gandhiadi, G. K., & Sumarjaya, I. W. (2021). Optimaliasi Masalah Penugasan Tidak Seimbang Menggunakan Modified Hungarian Method. *E-Jurnal Matematika*, 10(1), 26–31. doi.org/10.24843/MTK.2021.v10.i01.p316

Harini, D. (2017). Optimasi Penugasan Menggunakan Metode Hungarian Pada CV. L&J Express Malang (Kasus Minimasi). *Jurnal Intensif*, 1(2), 2549–6824.

Hidayah, R. W., & Juniati, D. (2019). Program Linear Fuzzy. *MATHunesa: Jurnal Ilmiah Matematika*, 7(163–170), 1.

Ibnas, R., Kasse, I., & Nur Wirun, N. H. (2018). Optimasi Pembagian Tugas Karyawan Menggunakan Metode Hungarian (Studi Kasus: Karyawan Grand Sony Tailor Makassar). *Jurnal MSA (Matematika dan Statistika serta Aplikasinya)*, 6(1), 43. doi.org/10.24252/msa.v6i1.5279

Jufri, A., Yusuf, A., & Thresye. (2017). Optimasi Masalah Transportasi Fuzzy Menggunakan Metode Fuzzy Modified Distribution Untuk Memprediksi Biaya Angkutan Total Dan Alokasi Barang (Pakan Ternak). Studi Kasus: CV. Mentari Nusantara Feedmill. *Jurnal Matematika Murni dan Terapan*, 11(1), 38–47.

Karyati, Wutsqa, D. U., & Binatari, N. (2020). The Properties of Magnitude Ranking Function of Trapezoidal Fuzzy Numbers. Journal of Physics: Conference Series, 1581(1). doi.org/10.1088/1742-6596/1581/1/012015

Klir, G. J., & Yuan, B. (1995). *Fuzzy sets and fuzzy logic: Theory and applications*. Upper Saddle River, N.J: Prentice Hall PTR.

Kusumadewi, S., & Purnama, H. (2013). *Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan* (ed ke-2). Yogyakarta: Graha Ilmu.

Rusdiana, S., Oktavia, R., & Charlie, E. (2019). Application Of Hungarian Method In Optimizing The Scheduling Of Employee Assignment And Profit Of Home Industry Production. *Journal of Research in Mathematics Trends and Technology*, 1(1), 27–37. doi.org/10.32734/jormtt.v1i1.754

Septiani, Y., Irawanto, B., & Hariyanto, S. (2016). Program Linear Fuzzy Penuh dengan Algoritma Multi Objective Linear Programming Menggunakan Metode Level Sum. *Jurnal Matematika*, 5(4).

Supatimah, S. S., Farida, F., & Andriani, S. (2019). Optimasi keuntungan dengan metode Branch and Bound. *AKSIOMA : Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 10(1), 13–23. doi.org/10.26877/aks.v10i1.3145

Susilo, F. (2018). Himpunan dan Logika Kabur Serta Aplikasinya (ed ke-2). Yogyakarta: Matematika.

Syafrudin, M., Djakaria, I., Nuha, A. R., & Wungguli, D. (2023). Penjadwalan karyawan Qmart Super Store menggunakan metode Goal Programming secara Preemptive dan Nonpreemptive. *AKSIOMA : Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 14(3), 328–339. doi.org/10.26877/aks.v14i3.17005

Taha, H. A. (2017). *Operations research: An introduction* (ed ke-10, global edition). Harlow, England London New York Boston Amsterdam Munich: Pearson Education.

Thakre, T., Chaudhari, O. K., & RajshriGupta. (2021). Comparison of effectiveness of models for solvingfuzzy assignment problem. *Journal of Physics: Conference Series*, 1913(1). doi.org/10.1088/1742-6596/1913/1/012133

Tsani, E. R., Tastrawati, N. K. T., & Sari, K. (2021). Analisis Sensitivitas Model Penugasan dengan Metode Hungarian. *E-Jurnal Matematika*, 10(1), 41. doi.org/10.24843/MTK.2021.v10.i01.p318

Yadaiah, V., & Haragopal, V. V. (2016). A New Approach of Solving Single Objective Unbalanced Assignment Problem. *American Journal of Operations Research*, 06(01), 81–89. doi.org/10.4236/ajor.2016.61011