

# PEMBELAJARAN *DISCOVERY LEARNING* MENGGUNAKAN TANGRAM GEOGEBRA UNTUK MENEMUKAN LUAS PERSEGI

**Farida Nursyahidah, Bagus Ardi Saputro**  
Program Studi Pendidikan Matematika FPMIPATI  
Universitas PGRI Semarang  
Jl. Sidodadi Timur No. 24 Semarang  
fan\_sya@yahoo.co.id

## **Abstrak**

*Pembelajaran discovery learning sejalan dengan pandangan konstruktivisme yang dapat membantu siswa mengkonstruksi pengetahuannya sendiri melalui sebuah kegiatan penemuan. Oleh karena itu perlu disajikan contoh pembelajaran discovery learning yang bertujuan untuk menemukan suatu konsep penemuan luas. Dengan discovery learning siswa akan dihadapkan pada suatu keadaan yang menggugah keinginan mereka untuk bereksplorasi. Dalam eksplorasi tersebut membutuhkan alat peraga atau media yang tepat agar siswa dapat mencoba, mengamati, bernalar, dan mengemukakan gagasan tentang ide-ide matematis. Dengan menggunakan software GeoGebra siswa akan belajar membuat tangram sebagai objek eksplorasi dalam pembelajaran discovery learning.*

**Kata Kunci:** *Discovery Learning, Tangram, GeoGebra*

## **PENDAHULUAN**

Suatu pengetahuan tidak begitu saja ditransfer dari seorang guru kepada siswa tetapi pengetahuan itu harus dibangun sendiri oleh siswa. Seperti halnya proses belajar matematika dapat terjadi dengan baik jika bahasan matematika tidak disajikan dalam bentuk yang sudah tersusun secara final, melainkan siswa dapat terlibat aktif di dalam menemukan konsep-konsep, struktur-struktur, sampai kepada teorema atau rumus-rumus (Hudojo, 2001:135). Pandangan seperti ini sejalan dengan pandangan konstruktivis.

Salah satu model pembelajaran konstruktivis adalah *discovery learning*. Menurut Bruner (Dahar, 1988) *discovery learning* adalah pembelajaran yang menyarankan agar siswa-siswa berpartisipasi aktif dalam memperoleh pengalaman dan melakukan eksperimen-eksperimen untuk

menemukan prinsip-prinsip itu sendiri. Pengetahuan yang diperoleh melalui *discovery learning* dapat bertahan lama dan mempunyai efek transfer yang lebih baik, meningkatkan penalaran, kemampuan berpikir secara bebas, dan melatih kemampuan kognitif untuk menemukan dan memecahkan masalah. Misalnya dalam pembelajaran menemukan luas persegi.

Selain menggunakan model pembelajaran yang bersifat konstruktivis, pembelajaran menemukan luas akan lebih efektif jika dibantu dengan menggunakan media yang tepat. Menurut beberapa kajian, penggunaan permainan dalam pembelajaran matematika sering dilakukan, diantaranya penggunaan media tangram. Namun, media tangram yang digunakan masih mengalami beberapa kendala di dalam pembelajaran.

Beberapa kendala dalam pembelajaran menggunakan tangram menurut Aminah, S. (2012) adalah (1) siswa kurang aktif dalam berpendapat, (2) siswa kesulitan memahami petunjuk LKS, (3) siswa belum terampil dalam membuat tangram, (4) ukuran tangram yang menyulitkan siswa saat menggambar, (5) siswa belum terampil dalam menggunakan tangram, (6) siswa belum percaya diri saat demonstrasi klasikal, dan (7) siswa kurang aktif saat berdiskusi kelompok.

Beberapa kelemahan yang ada dalam penggunaan media tangram tersebut dapat diantisipasi dengan adanya tambahan media yaitu tangram yang dibuat menggunakan software GeoGebra. Dengan menggunakan tangram GeoGebra diharapkan dapat membantu siswa menemukan konsep luas persegi secara dinamis dan fleksibel. Selanjutnya, di dalam artikel ini akan dibahas mengenai permasalahan-permasalahan sebagai berikut. (1) Bagaimanakah langkah-langkah pembelajaran *discovery learning*? (2) Bagaimana membuat tangram menggunakan GeoGebra? (3) Bagaimana aktivitas penemuan luas persegi menggunakan media tangram GeoGebra?

## **KAJIAN PUSTAKA**

### **Pembelajaran *Discovery Learning***

Menurut Kemendikbud (2014) *discovery learning* adalah teori belajar yang didefinisikan sebagai proses pembelajaran yang terjadi bila pelajar tidak disajikan dengan pelajaran dalam bentuk finalnya, tetapi diharapkan pelajar mengorganisasi sendiri.

Adapun langkah pembelajaran *discovery learning* meliputi tahap persiapan dan tahap pelaksanaan. Pada tahap persiapan meliputi: (1) menentukan tujuan pembelajaran, (2) mengidentifikasi karakteristik siswa, (3) memilih materi pelajaran, (4) menentukan topik-topik yang harus dipelajari siswa secara induktif (dari contoh-contoh generalisasi) (5) mengembangkan bahan-bahan belajar yang berupa contoh-contoh, ilustrasi, tugas dan sebagainya untuk dipelajari siswa (6) mengatur topik-topik pelajaran dari yang sederhana ke kompleks, dari yang konkret ke abstrak, atau dari tahap enaktif, ikonik sampai ke simbolik (7) melakukan penilaian proses dan hasil belajar siswa.

Tahap pelaksanaan meliputi:

1. *Stimulation* (pemberian rangsangan)  
Pertama-tama pada tahap ini pelajar dihadapkan pada sesuatu yang menimbulkan kebingungannya, kemudian dilanjutkan untuk tidak memberi generalisasi, agar timbul keinginan untuk menyelidiki sendiri.
2. *Problem statement* (pernyataan / identifikasi masalah)  
Setelah dilakukan stimulasi langkah selanjutnya adalah guru memberi kesempatan kepada siswa untuk mengidentifikasi sebanyak mungkin agenda-agenda masalah yang relevan dengan bahan pelajaran, kemudian salah satunya dipilih dan dirumuskan dalam bentuk hipotesis (jawaban sementara atas pertanyaan masalah).
3. *Data collection* (pengumpulan data)

Ketika eksplorasi berlangsung guru juga memberi kesempatan kepada para siswa untuk mengumpulkan informasi sebanyak-banyaknya yang relevan untuk membuktikan benar atau tidaknya hipotesis

4. *Data processing* (pengolahan data)

Pengolahan data merupakan kegiatan mengolah data dan informasi yang telah diperoleh para siswa baik melalui wawancara, obseervasi dan sebagainya lalu ditafsirkan.

5. *Verification* (pembuktian)

Pada tahap ini siswa melakukan pemeriksaan secara cermat untuk membuktikan benar atau tidaknya hipotesis yang ditetapkan tadi dengan temuan alternatif, dihubungkan dengan hasil *data processing*.

6. *Generalization* (menarik kesimpulan / generalisasi)

Tahap generalisasi / menarik kesimpulan adalah proses menarik sebuah kesimpulan yang dapat dijadikan prinsip umum dan berlaku untuk semua kejadian atau masalah yang sama, dengan memperhatikan hasil verifikasi.

(Kemendikbud, 2014).

**Membuat Tangram Menggunakan GeoGebra**

Langkah-langkah membuat tangram GeoGebra antara lain sebagai berikut.

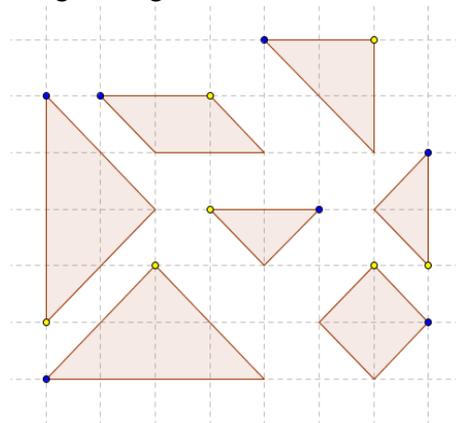
1. Bukalah software GeoGebra dengan tampilan geometri.
2. Tampilkan kisi-kisi dengan jarak 1 satuan

luas.

3. Atur format titik tangkap untuk tepat ke kisi-kisi tersebut.
4. Menggunakan tool poligon kaku buatlah kepingan-kepingan dari tangram dengan petunjuk sebagai berikut:
  - a) Buatlah dua buah segitiga sama kaki yang panjang alasnya 4 satuan dan tingginya 2 satuan,
  - b) Buatlah dua buah segitiga sama kaki yang panjang alasnya 2 satuan dan tingginya 1 satuan,
  - c) Buatlah sebuah segitiga siku-siku sama kaki yang panjang kaki siku-sikunya 2 satuan
  - d) Buatlah sebuah persegi dengan panjang sisi  $\sqrt{2}$  satuan
  - e) Buatlah sebuah jajargenjang yang panjang dua pasang sisi yang sejajar adalah 2 satuan dan  $\sqrt{2}$  satuan.

Hasil kepingan tangram yang dibuat akan seperti pada Gambar 1.

5. Gantilah warna titik untuk merotasi bangun dengan satu warna



**Gambar 1. Tangram**

Adapun cara menggunakan alat peraga tangram tersebut adalah

1. Gunakan tool pindah untuk memindahkan

kepingan-kepingan tangram.

2. Titik warna biru merupakan titik acuan untuk memindah, sedangkan titik warna kuning digunakan untuk merotasi/memutar kepingan tersebut dengan pusat titik warna biru.

### **Aktivitas Penemuan Luas Persegi Menggunakan Tangram GeoGebra**

Proses pembelajaran menggunakan media membutuhkan instrument dalam pembelajaran seperti daftar pertanyaan sebagai panduan untuk siswa bereksplorasi. Pembelajaran akan lebih bermakna jika menimbulkan konflik kognitif yang akan menimbulkan siswa tertantang untuk menyelesaikan permasalahan. *Discovery learning* memberikan kesempatan siswa untuk berargumen. Argumen merupakan representasi proses penalaran siswa dalam menyanggah, menyakinkan, dan membuktikan suatu pernyataan. Peran guru sebaiknya memberikan arahan dengan pertanyaan-pertanyaan yang dapat menuntun siswa mengkonstruksi argumen yang benar. Kedinamisan GeoGebra akan memfasilitasi siswa dalam bereksplorasi untuk menemukan jawaban yang merupakan pengetahuan baru bagi siswa melalui beberapa aktivitas.

Aktivitas berikut diadopsi dari Holt, Rinehart, dan Winston dalam bukunya Holt Geometry yaitu bekerja dengan teman, setiap orang mempunyai satu set tangram yang sudah dibuat menggunakan software GeoGebra. Kemudian berbagi proses menyusun gambar dengan teman. Yang perlu diketahui bahwa

terdapat lebih dari satu cara untuk mendapatkan bentuk yang diminta. Satu dari gambar yang diminta tidak mungkin untuk dibuat. Ketika sudah ditemukan satu kemungkinan, kemudian menjelaskan bagaimana persegi tidak dapat dibentuk menggunakan jumlah potongan yang diberikan.

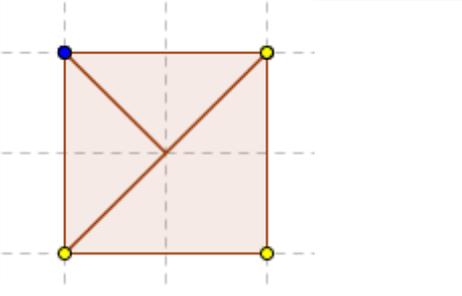
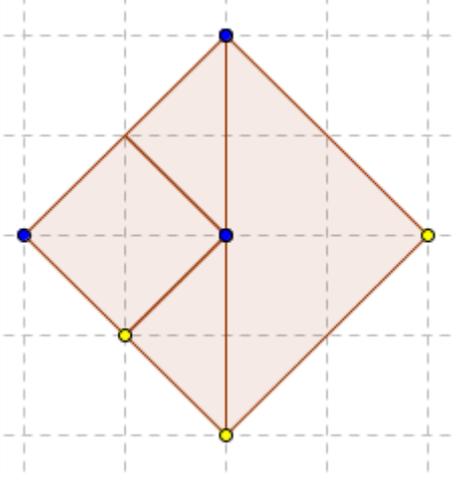
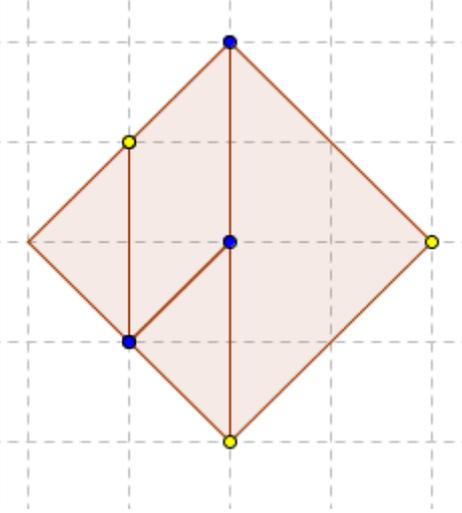
Adapun beberapa aktivitas dalam penemuan luas persegi menggunakan tangram GeoGebra adalah sebagai berikut. Kasus: tentukan luas dari ke enam potongan tangram dan tentukan jika mungkin dibuat persegi dengan luas menggunakan enam potongan tersebut.

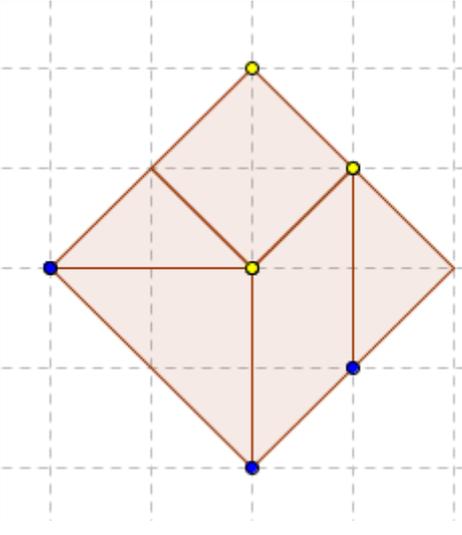
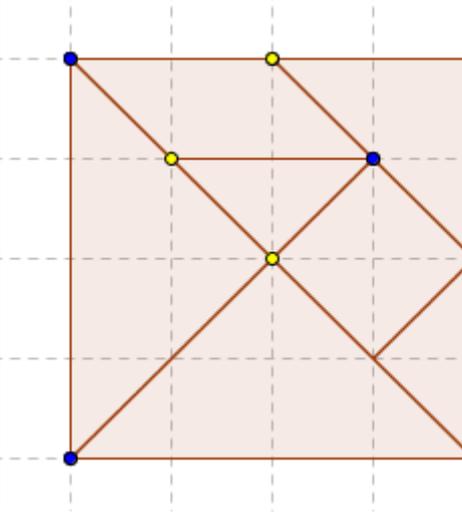
1. Bentuklah persegi menggunakan dua potongan tangram, tentukan dua kemungkinan jawaban.  
 Gambarkan jawabanmu. Berapakah luas dari setiap persegi yang kamu bentuk?
2. Bentuklah persegi menggunakan tiga potongan tangram,  
 Gambarkan jawabanmu. Berapakah luas dari setiap persegi yang kamu bentuk?
3. Bentuklah persegi menggunakan empat potongan tangram, tentukan dua kemungkinan jawaban.  
 Gambarkan jawabanmu. Berapakah luas dari setiap persegi yang kamu bentuk?
4. Bentuklah persegi menggunakan lima potongan tangram,  
 Gambarkan jawabanmu. Berapakah luas dari setiap persegi yang kamu bentuk?
5. Bentuklah persegi menggunakan enam potongan tangram,  
 Gambarkan jawabanmu. Berapakah luas

dari setiap persegi yang kamu bentuk?  
 6. Bentuklah persegi menggunakan tujuh potongan tangram, Gambarkan jawabanmu. Berapakah luas

dari setiap persegi yang kamu bentuk?  
 Adapun contoh beberapa gambar yang dapat dibentuk siswa disajikan pada tabel 1 berikut.

**Tabel 1. Contoh gambar yang dapat dibentuk siswa**

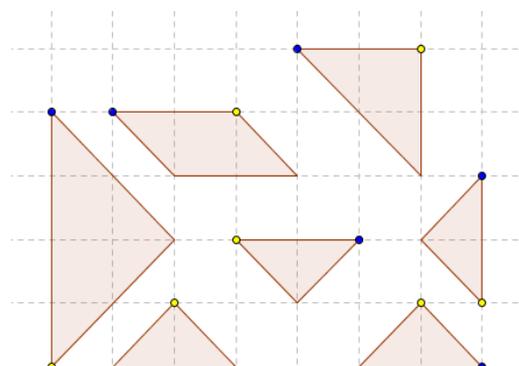
Banyak Potongan	Gambar	Luas
3 terdiri dari sekeping segitiga sedang, dua keping segitiga kecil.		4 satuan luas dari 1 + 1 + 2 = 4
4 terdiri dari sekeping segitiga besar, dua keping segitiga kecil dan sekeping persegi.		8 satuan luas dari 4 + 2 + 1 + 1 = 8
4 terdiri dari sekeping segitiga besar, sekeping jajar-genjang, dua keping segitiga kecil.		8 satuan luas dari 4 + 2 + 1 + 1 = 8

<p>5 terdiri dari sekeping segitiga sedang, sekeping jajar-genjang, sekeping persegi, dua keping segitiga kecil.</p>		<p>8 satuan luas dari 2  <math>+ 2 + 2 + 1 + 1 = 8</math></p>
<p>7 terdiri dari dua keping segitiga besar, sekeping segitiga sedang, sekeping jajar-genjang, sekeping persegi, dua keping segitiga kecil.</p>		<p>16 satuan luas dari  <math>4 + 4 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 = 16</math></p>

## PEMBAHASAN

Untuk membuat persegi yang diminta, siswa akan mencoba dan berskplorasi menemukan jawaban berupa gambar yang tepat. Siswa akan menemukan kesulitan dalam mendapatkan gambar dengan jumlah potongan 4 dan 5. Hal ini terjadi karena siswa terbiasa melihat bangun persegi yang sisinya horisontal atau vertikal, tetapi sangat jarang siswa melihat bangun persegi dengan sisi mempunyai kemiringan. Sehingga siswa akan menempatkan sisi persegi dengan pajang miring. Selain itu untuk menghitung luas persegi yang terbentuk, siswa akan

menggunakan konsep pecahan yang sudah dipahami ketika membuat tangram di awal pembelajaran. Tetapi akan ada saja siswa yang mulai menghitung luas kotak yang ditutupi persegi yang dibuat. Dari tabel tersebut, siswa akan memberikan argumen tentang mengapa 6 potong tidak terbentuk sebuah persegi. Sebelum menghitung luas kepingan tangram, siswa diharapkan memahami bahwa satu kotak persegi kecil adalah satu satuan luas.



**Gambar 2. Eksplorasi siswa dengan tangram**

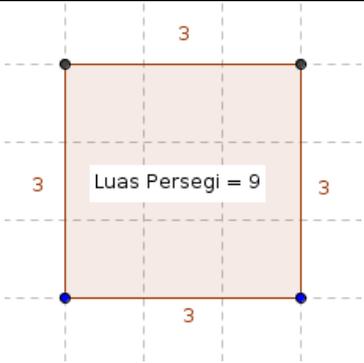
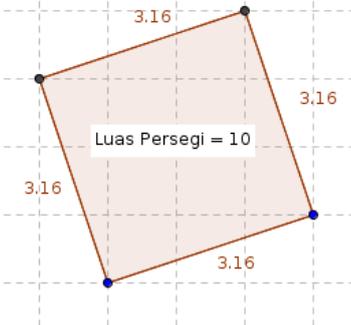
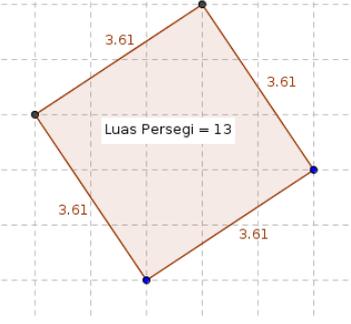
1. Segitiga besar luasnya adalah 4 satuan luas
2. Segitiga sedang luasnya adalah 2 satuan luas
3. Segitiga kecil luasnya adalah 1 satuan luas
4. Persegi kecil luasnya adalah 2 satuan luas
5. Jajar-genjang luasnya 2 satuan luas

Siswa akan mencoba membentuk persegi menggunakan kepingan-kepingan tangram. Proses mencoba-coba merupakan salah satu unsur dalam proses penemuan dalam *discovery learning*. Selanjutnya siswa akan mulai menghubungkan data yang diperoleh yaitu 5 keping tangram yang luasnya 8 satuan luas dengan 7 keping tangram yang luasnya 16 satuan luas. Siswa mencoba membuat dugaan tentang hubungan antara dua data tersebut. Salah satu dugaan siswa yang mungkin muncul adalah dengan 6 keping tangram maka luas persegi yang dibentuk besarnya diantara 8 satuan luas dan 16 satuan luas. Proses yang demikian sesuai dengan pernyataan Effendi, L.A. (2012) yaitu dengan metode penemuan terbimbing, guru menganjurkan siswa membuat dugaan, intuisi, dan mencoba-coba.

Ketika siswa tidak dapat membentuk persegi dari enam keping tangram siswa dapat melihat dengan cara mendaftarkan semua kepingan tangram dikurangi satu keping tangram. Jika seluruh luas persegi besar yaitu 7 keping tangram adalah 16 satuan luas maka, akan diperoleh 7 luasan yang mungkin untuk membentuk persegi dengan enam tangram. Tetapi karena terdapat kepingan yang luasnya sama sehingga hanya terdapat tiga kemungkinan luasan dari 6 keping tangram yaitu 12, 14, 15. Saat siswa menghitung sisi persegi yang luasnya 12, 14, dan 15, maka akan diperoleh 3,464101615; 3,741657387; 3,872983346. Dari ketiga sisi yang diperoleh tidak ada yang merupakan kelipatan dari 1,414213562 sehingga persegi dengan 6 keping tangram tidak mungkin terbentuk. Proses demikian merupakan salah satu proses berpikir siswa dalam menghubungkan ide-ide matematis. Sehingga siswa menemukan prosedur untuk membuktikan bahwa persegi dengan 6 keping tangram tidak dapat terbentuk.

Representasi yang mungkin muncul dari siswa ketika membuktikan bahwa persegi dengan 6 keping tangram tidak dapat terbentuk adalah dengan mendaftar semua persegi yang mungkin dilengkapi dengan sisi dan luas masing-masing persegi. Representasi tersebut dapat dinyatakan di dalam tabel 2 sebagai berikut.

**Tabel 2. Hasil representasi siswa dalam membentuk pesegi**

Bentuk Persegi	Panjang sisi	Luas persegi
	3 satuan	9 satuan luas
	3,16227766 satuan luas	10 satuan luas
	3,605551275 satuan luas	13 satuan luas

Karena luas yang mungkin terbentuk dari representasi gambar adalah 9, 10, 13 tidak ada yang sama dengan luas dari 6 keping tangram yaitu 12, 14, dan 15 maka persegi tidak dapat terbentuk.

Dengan menggunakan Tangram GeoGebra siswa dapat memahami bahwa membentuk persegi dapat dengan cara posisi sisinya horizontal-vertikal, tetapi juga miring. Tetapi karena Tangram GeoGebra didesain agar setiap titik yang dibentuk tepat di tepi petak-petak maka sisi miring dapat dihitung menggunakan teorema pythagoras akan ditemukan bahwa setiap sisi miring jika sisi tegaknya. Proses selanjutnya adalah ketika siswa mencoba membuktikan mengapa menggunakan 6 keping tangram tidak dapat terbentuk sebuah persegi. Siswa diharapkan dapat menghitung sisi sebuah persegi jika diketahui luas persegi tersebut. Sehingga Tangram GeoGebra memang merupakan alat yang sangat efektif untuk media pembelajaran di sekolah. Seperti yang dikatakan Saputro, BA, Prayito, M, dan Nursyahidah, F. (2014) bahwa GeoGebra dapat digunakan sebagai alat konstruksi dinamis, eksperimen dalam pembelajaran berdasarkan penemuan.

Desain Hipotesis Lintasan Belajar atau *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) yang dikembangkan disesuaikan dengan proses berpikir Van Hiele diperoleh beberapa pernyataan yaitu ketika siswa diminta untuk membuat segitiga sama kaki yang alasnya 4 satuan dan tingginya 2 satuan. Siswa akan melalui tahap 1 pengenalan, dan tahap 2 analisa yaitu siswa sudah mengenal segitiga dengan baik, menganalisa bahwa yang akan dibentuk

adalah segitiga sama kaki dengan alas 4 satuan, dan tinggi segitiga 2 satuan. Kemudian ketika diminta membuat segitiga sama kaki dengan alas dua satuan dan tinggi satuan, mereka sudah dengan mudah memahami bagaimana cara membuatnya. Karena mereka sudah sampai tahap 3 yaitu mengurutkan. Kemudian dilanjutkan untuk membuat segitiga siku-siku yang sama kaki dengan panjang kaki siku-sikunya adalah 2 satuan. Pada permintaan ini siswa sudah sampai ke tahap 4 yaitu deduksi. Selanjutnya adalah membuat persegi yang sisinya  $\sqrt{2}$  satuan. Jika mereka sudah dapat membentuknya artinya mereka sudah sampai pada tahap 5 yaitu akurat (*rigor*). Ditambah lagi dengan membuat sebuah jajargenjang yang panjang dua pasang sisi yang sejajarnya yaitu 2 dan  $\sqrt{2}$  satuan.

## PENUTUP

Dari hasil pembahasan dapat diperoleh beberapa simpulan sebagai berikut.

1. Langkah-langkah pembelajaran *discovery learning* meliputi: (a) *Stimulation* (stimulasi/pemberian rangsangan), (b) *Problem statement* (pernyataan/identifikasi masalah), (c) *Data collection* (pengumpulan data), (d) *Data processing* (pengolahan data), (e) *Verification* (pembuktian), (f) *Generalization* (menarik kesimpulan/generalisasi).
2. Langkah-langkah membuat tangram GeoGebra antara lain: (a) membuka software GeoGebra dengan tampilan geometri, (b) menampilkan kisi-kisi dengan jarak 1 satuan luas, (c) mengatur

format titik tangkap untuk tepat ke kisi-kisi tersebut, (d) menggunakan tool poligon kaku untuk membuat kepingan-kepingan tangram, (e) mengganti warna titik untuk merotasi bangun dengan satu warna.

3. Tangram GeoGebra dapat digunakan sebagai alat/media untuk mengkonstruksi pengetahuan siswa dalam pembelajaran penemuan luas persegi melalui model *discovery learning*. Adapun beberapa aktivitas siswa dalam penemuan luas menggunakan tangram GeoGebra yaitu: (a) membentuk persegi menggunakan dua potongan tangram, menentukan dua kemungkinan jawaban, (b) membentuk persegi menggunakan tiga potongan tangram, (c) membentuk persegi menggunakan empat potongan tangram, menentukan dua kemungkinan jawaban, (d) membentuk persegi menggunakan lima potongan tangram, (e) membentuk persegi menggunakan enam potongan tangram, (f) membentuk persegi menggunakan tujuh potongan tangram.

## DAFTAR PUSTAKA

- Aminah, S. (2012). Media Tangram dalam Peningkatan Hasil Belajar Matematika Bangun Datar Siswa Kelas V. *Kalam Cendikia PGSD Kebumen*, 1(1)
- Dahar, R.W. (1988). *Teori-teori Belajar*. Dirjen Dikti, Depdikbud, P2LPTK, Jakarta.
- Effendi, L.A. (2012). Pembelajaran Matematika dengan Metode Penemuan Terbimbing untuk Meningkatkan Kemampuan Representasi dan Pemecahan Masalah Matematis Siswa SMP. *Jurnal UPI*.
- Hudojo. (2001). *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*. FPMIPA UM Malang.
- Kemendikbud. (2014). *Model Pembelajaran Penemuan (Discovery Learning)*. Badan Pengembangan Sumber Daya Manusia Pendidikan dan Kebudayaan dan Penjaminan Mutu Pendidikan. Jakarta.
- Saputro, BA, Prayito, M, dan Nursyahidah, F. (2014). *GeoGebra: Media Pembelajaran Matematika Dinamis di Sekolah*. Semarang. Univ. PGRI Semarang Press

