

Pemilihan Copula Terbaik untuk Analisis Value at Risk pada Klaim Asuransi Kendaraan Bermotor PT. ABC

Armandha Alqia Berlianti¹, Affiati Oktaviarina²

^{1,2}Univerisitas Negeri Surabaya

²affiatioktaviarina@unesa.ac.id

ABSTRAK

Peningkatan kepemilikan kendaraan bermotor di Indonesia berimplikasi pada meningkatnya frekuensi dan nilai klaim asuransi kendaraan bermotor, sehingga perusahaan asuransi dituntut memiliki metode kuantitatif yang andal dalam mengestimasi risiko kerugian agregat. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan model Copula terbaik untuk analisis Value at Risk (VaR) pada klaim asuransi kendaraan bermotor PT. ABC Data yang digunakan merupakan data klaim bulanan periode Januari 2024 hingga Oktober 2025 yang terdiri dari frekuensi klaim bulanan dan severitas rata-rata klaim bulanan. Frekuensi klaim dimodelkan menggunakan distribusi Negatif Binomial, sedangkan severitas klaim menggunakan distribusi Gamma. Data frekuensi yang bersifat diskrit dikontinukan melalui transformasi *jitters*, kemudian ditransformasikan ke skala Uniform (0,1) menggunakan PIT. Ketergantungan antarvariabel dimodelkan menggunakan Copula Clayton, Gumbel, dan Frank dengan estimasi parameter metode IFM. Pemilihan model terbaik dilakukan berdasarkan kriteria AIC dan BIC. Hasil penelitian menunjukkan bahwa Copula Gumbel merupakan model terbaik dengan indikasi ketergantungan positif pada ekor atas. Estimasi VaR berbasis Copula Gumbel pada tingkat kepercayaan 90%, 95%, dan 99% masing-masing sebesar Rp 704,318,178.99; Rp 898,324,152.55; Rp 1,417,886,613.15, serta lolos uji backtesting LRUC, sehingga pendekatan Copula dinilai efektif dalam mengestimasi risiko kerugian agregat yang lebih akurat.

Kata Kunci: Copula; Transformasi Jitters; Value at Risk; Asuransi Kendaraan Bermotor.

ABSTRACT

The increasing ownership of motor vehicles in Indonesia has led to a rise in both the frequency and magnitude of motor insurance claims, thereby requiring insurance companies to adopt reliable quantitative methods for estimating aggregate loss risk. This study aims to identify the most appropriate copula model for Value at Risk (VaR) analysis of motor vehicle insurance claims at PT. ABC. The dataset consists of monthly claim data from January 2024 to October 2025, comprising claim frequency and average claim severity. Claim frequency is modeled using a Negative Binomial distribution, while claim severity follows a Gamma distribution. Due to its discrete nature, claim frequency data are converted into continuous from using a jittering transformation and subsequently transformed into the Uniform (0,1) scale via the PIT. The dependence structure between claim frequency and average claim severity is modeled using Clayton, Gumbel, and Frank Copulas, with parameter estimation conducted through the IFM method. Model selection is based on the AIC and BIC. The results indicate that the Gumbel Copula provides the best fit, capturing positive upper tail dependence between the variables. VaR estimates derived from the Gumbel Copula at the 90%, 95%, and 99% confidence levels are Rp 704,318,178.99; Rp 898,324,152.55; Rp 1,417,886,613.15, respectively. Backtesting using the LRUC test confirms the statistical adequacy of VaR estimates, demonstrating that the Copula-based approach yields a more accurate assessment of aggregate loss risk.

Keywords: Copula; Jitters Transformations; Value at Risk; Motor Vehicle Insurance

PENDAHULUAN

Perkembangan inovasi transportasi yang pesat telah mendorong meningkatnya mobilitas masyarakat serta kepemilikan kendaraan bermotor, seiring dengan kemajuan teknologi dan pertumbuhan ekonomi. Di Indonesia, jumlah kendaraan bermotor terdaftar menunjukkan tren peningkatan signifikan selama periode 2015-2024 (CEIC Data, 2025), yang mencerminkan tingginya kebutuhan transportasi masyarakat. Namun, peningkatan

kepemilikan kendaraan tersebut juga diiringi oleh meningkatnya risiko di jalan raya khususnya kecelakaan lalu lintas dan tindak pencurian kendaraan bermotor, yang berpotensi menimbulkan kerugian ekonomi yang besar bagi pemilik kendaraan (Rahmadeni & Raudi, 2020).

PT. ABC merupakan salah satu perusahaan asuransi di Indonesia yang menyediakan produk asuransi kendaraan bermotor. Asuransi kendaraan bermotor berperan penting sebagai instrument mitigasi risiko dengan memberikan perlindungan finansial terhadap kerugian akibat kecelakaan, pencurian kendaraan, dan lain-lain (Kurnia et al., 2022). Akan tetapi, nilai klaim asuransi bersifat fluktuatif dan tidak pasti, sehingga perusahaan asuransi memerlukan metode kuantitatif yang mampu mengukur potensi kerugian maksimum secara akurat. Salah satu metode yang umum digunakan dalam pengukuran risiko adalah *Value at Risk* (VaR), yang mengukur potensi kerugian maksimum pada tingkat kepercayaan tertentu (Handoyo et al., 2025). Mukhaiyar et al., (2024), menunjukkan bahwa penggunaan distribusi *heavy-tailed* dalam perhitungan VaR menghasilkan estimasi risiko yang lebih realistis dan mampu menangkap potensi kerugian besar dibandingkan distribusi *light-tailed*. Namun demikian, estimasi VaR yang akurat tidak hanya bergantung pada karakteristik marginal, tetapi juga pada struktur ketergantungan antar komponen klaim.

Pendekatan Copula menjadi relevan karena mampu memodelkan struktur ketergantungan antarvariabel secara fleksibel tanpa bergantung pada asumsi bentuk distribusi tertentu (Nelsen, 2006). Copula memungkinkan penggabungan distribusi marginal yang berbeda dan menangkap ketergantungan nonlinear serta ketergantungan ekstrem (*tail dependence*) yang sering muncul pada data klaim asuransi. Penelitian oleh Hanin et al., (2025), menunjukkan bahwa Copula Archimedean, seperti Clayton, Gumbel, dan Frank mampu merepresentasikan struktur ketergantungan secara lebih fleksibel, dengan model tertentu yang memberikan kinerja terbaik dalam menangkap ketergantungan ekstrem pada data finansial. Selanjutnya, Karadağ Erdemir & Sucu, (2020), menyatakan bahwa masing-masing Copula Archimedean memiliki karakteristik yang berbeda dalam menangkap struktur ketergantungan, sehingga pemilihan jenis copula yang tepat sangat berpengaruh terhadap hasil estimasi risiko kerugian agregat. Sementara itu, Fitriawati et al., (2020) menunjukkan bahwa penggunaan copula pada data marginal diskrit secara langsung dapat menghasilkan copula yang tidak unik dan berpotensi menimbulkan interpretasi yang tidak jelas, sehingga diperlukan transformasi jitters untuk mengontinukan data marginal diskrit agar pemodelan Copula dapat dilakukan secara konsisten.

Meskipun pendekatan Copula dan VaR telah banyak diterapkan pada berbagai sektor asuransi dan finansial, penelitian yang secara khusus mengombinasikan transformasi jitters pada data marginal diskrit dengan pemilihan Copula terbaik untuk analisis VaR pada klaim asuransi kendaraan bermotor di Indonesia masih terbatas. Oleh karena itu, penelitian ini dilakukan untuk mengisi celah penelitian tersebut melalui studi kasus pada PT. ABC.

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka penelitian ini bertujuan untuk menentukan Copula terbaik dalam analisis VaR pada klaim asuransi kendaraan bermotor PT. ABC. Pada penelitian ini, data marginal diskrit dikontinukan melalui transformasi jitters agar memenuhi asumsi marginal kontinu dalam pemodelan Copula. Selanjutnya, estimasi risiko kerugian agregat dilakukan melalui perhitungan VaR berbasis Copula. Penelitian ini diharapkan mampu menghasilkan estimasi risiko yang lebih akurat serta memberikan kontribusi dalam pengelolaan risiko perusahaan asuransi kendaraan bermotor.

METODE PENELITIAN

Data klaim bulanan asuransi kendaraan bermotor yang dipakai pada penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari PT. ABC dengan periode Januari 2024 hingga Oktober 2025 dengan variabel frekuensi klaim bulanan dan severitas rata-rata klaim bulanan.

Data di analisis menggunakan bahasa pemrograman Python yang dijalankan dalam lingkungan pengembangan Visual Studio Code (VS Code). Penelitian ini berfokus pada pemilihan model Copula terbaik antara Copula Clayton, Gumbel, dan Frank dalam memodelkan ketergantungan antara frekuensi dan severitas rata-rata klaim bulanan, karena struktur ketergantungan tersebut berpengaruh signifikan terhadap estimasi risiko ekstrem yang diukur melalui Value at Risk (VaR).

Langkah-langkah analisis dijelaskan sebagai berikut.

1. Menginputkan data klaim bulanan asuransi kendaraan bermotor PT. ABC periode Januari 2024 hingga Oktober 2025.
2. Melakukan analisis deskriptif pada data.
3. Menentukan distribusi marginal masing-masing variabel. Frekuensi klaim bulanan dimodelkan menggunakan distribusi Negatif Binomial. Kesesuaian distribusi diuji menggunakan uji *Chi-Square*. Severitas rata-rata klaim bulanan dimodelkan menggunakan distribusi Gamma dan pengujian kesesuaian dilakukan melalui uji Anderson-Darling (Omari et al., 2018).
4. Melakukan transformasi jitters pada data frekuensi klaim bulanan karena bersifat distribusi diskrit (Fitriawati et al., 2020).
5. Transformasi uniform menggunakan *Probability Integral Transformation* (PIT) (Bajić et al., 2020).
6. Menghitung korelasi Kendall's tau berdasarkan data yang telah ditransformasikan ke skala uniform (Agustini et al., 2019).
7. Estimasi parameter masing-masing model copula menggunakan metode *Inference Functions for Margins* (IFM) dengan memanfaatkan distribusi marginal yang telah ditentukan sebelumnya (Muela & López-Martín, 2023).
8. Pemilihan model copula terbaik dengan membandingkan nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) dan *Bayesian Information Criterion* (BIC) dari setiap model Copula (Muela & López-Martín, 2023). Model dengan nilai AIC dan BIC paling kecil dipilih sebagai model Copula terbaik.

$$AIC = -2 \log L(\theta) + 2k \quad (1)$$

$$BIC = -2 \log L(\theta) + k \ln(n) \quad (2)$$

Dengan $L(\theta)$ adalah nilai log-likelihood, k adalah jumlah parameter, dan n adalah jumlah data.

9. Menghitung kerugian agregat (*Aggregate Loss*)
Model kerugian agregat dinyatakan sebagai:

$$S = \sum_{i=1}^X Z_i \quad (3)$$

Z_i menyatakan severitas klaim ke- i yaitu nilai kerugian yang timbul dari klaim individu ke- i . Dengan Y didefinisikan sebagai rata-rata severitas klaim individu yang terjadi dalam satu periode sebagai berikut:

$$Y = \frac{1}{X} \sum_{i=1}^X Z_i \quad (4)$$

$$XY = \sum_{i=1}^X Z_i \quad (5)$$

Maka, kerugian agregat dapat dituliskan dalam bentuk:

$$S = XY \quad (6)$$

- X adalah frekuensi klaim bulanan dan Y adalah rata-rata severitas bulanan (Karadağ Erdemir & Sucu, 2020). Kemudian ditentukan distribusi yang paling sesuai untuk data kerugian agregat bulanan dan diuji menggunakan uji Anderson-Darling
10. Estimasi Value at Risk (VaR) dengan dihitung dari distribusi kerugian agregat bulanan pada tingkat kepercayaan 90%, 95%, dan 99% (Mukhaiyar et al., 2024).
 11. Evaluasi model VaR melalui proses *backtesting* menggunakan uji *Unconditional Coverage Likelihood Ratio* (LRUC).
 12. Hasil analisis diinterpretasikan secara komprehensif untuk menjawab tujuan penelitian, kemudian dilakukan penarikan kesimpulan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Karakteristik Data

Data dianalisis secara deskriptif sebelum dilakukan analisis lanjutan menggunakan metode Copula untuk mengevaluasi karakteristik marginal masing-masing variabel. Frekuensi klaim bulanan disimbolkan dengan X , sedangkan severitas rata-rata klaim bulanan disimbolkan dengan Y . Tahap ini merupakan langkah awal yang penting dalam memastikan kesesuaian asumsi distribusi dan transformasi data yang digunakan pada analisis selanjutnya.

Tabel 1. Statistik Deskriptif Frekuensi Klaim Bulanan (X) dan Severitas Rata-Rata Klaim Bulanan (Y)

Ukuran Pemusatan Data	X	Y
Mean	18.32	8,903,147.862
Standar Deviasi	9.25	7,240,076
Varians	85.56	5.24×10^{13}
Minimal	7	450,000
Maksimal	43	28,698,255.81
Skewness	1.226	1.736
Kurtosis	1.401	2.085

Tabel 1 menunjukkan bahwa variabel X memiliki *mean* sebesar 18.32 dengan standar deviasi sebesar 9.25 dan varians sebesar 85.56, yang lebih besar daripada *mean*. Kondisi ini mengindikasikan adanya overdispersi pada X , sehingga distribusi Negatif Binomial lebih sesuai dalam merepresentasikan data X . Hasil uji *Chi-Square* yang menghasilkan nilai sebesar 15.451 dengan *p-value* sebesar 0.2177. Nilai *p-value* yang lebih besar daripada taraf signifikansi 5% menunjukkan bahwa distribusi Negatif Binomial sesuai.

Tabel 1 juga menunjukkan bahwa variabel Y memiliki *mean* sebesar 8,903,147.862 dengan tingkat keragaman tinggi, sebagaimana ditunjukkan oleh standar deviasi sebesar 7,240,076 dan varians sebesar 5.24×10^{13} . Nilai skewness dan kurtosis yang positif menunjukkan distribusi Y berasimetri positif dan memiliki ekor distribusi yang relatif tebal, yang mengindikasikan adanya peluang kejadian ekstrem pada nilai klaim. Hasil uji Anderson-Darling terhadap distribusi Gamma menghasilkan nilai statistik sebesar 1.6116, yang menunjukkan bahwa distribusi Gamma mampu merepresentasikan karakteristik Y .

Transformasi Jitters

Data X yang mengikuti distribusi Negatif Binomial dikontinukan melalui transformasi *jitters*. Transformasi ini dilakukan untuk mengubah data diskrit menjadi data kontinu tanpa

menghilangkan karakteristik statistik utama dari data (Fitriawati et al., 2020). Hal ini diperlukan karena pada Teorema Sklar, menyatakan bahwa Copula bersifat unik ketika berdistribusi marginal kontinu (Nelsen, 2006).

Proses *jittering* dilakukan dengan menambahkan peubah acak kontinu berdistribusi Uniform (0,1) ke dalam data X , sehingga nilai frekuensi klaim bulanan yang semula berbentuk bilangan bulat berubah menjadi bilangan kontinu tanpa mengubah urutan relatif data. Hasil transformasi jitters dari data frekuensi klaim bulanan disimbolkan dengan X^* .

Tabel 2. Data Frekuensi Klaim Bulanan Sebelum (X) dan Sesudah Transformasi Jitters (X^*) serta Severitas Rata-Rata Klaim Bulanan (Y)

No.	X	X^*	Y
1	20	19.3035	7,615,500
2	15	14.7139	8,234,666.667
3	10	9.7731	8,532,000
4	43	42.4487	28.698.255.81
5	26	25,2805	19.703.846.15
6	16	15.5769	4.695.187.5
7	10	9.0192	6,413,400
8	19	18.3152	5,910,526.316
9	9	8.5191	6,236,888.889
10	12	11.6079	5,350,833.333
11	10	9.6568	450,000
12	7	6.2701	4,571,428.571
13	21	20.5614	23,810,690.48
14	20	19.9403	6,151,150
15	15	14.6011	7,333,333.333
16	37	36.2620	20,327,648.65
17	30	29.8175	7,000,000
18	21	20.8245	3,985,714.286
19	23	22.4684	6,457,391.304
20	16	15.4682	4,703,125
21	14	13.3656	4,661,000
22	9	8.1506	5,026,666.667

Tabel 2 menunjukkan bahwa data X , terdapat beberapa nilai yang sama karena sifat data yang diskrit. Kondisi ini menyebabkan terjadinya ties, sehingga urutan antarobservasi tidak dapat ditentukan secara pasti. Melalui proses *jittering*, nilai-nilai yang sama pada X menjadi berbeda pada X^* karena *jittering* bertujuan menghilangkan ties. Meskipun demikian, X^* tetap merpresentasikan data X .

Hasil perbandingan pasangan observasi pada Tabel 2 menunjukkan bahwa pasangan observasi yang bersifat *concordant* pada data asli tetap bersifat *concordant* setelah dilakukan transformasi *jitters*. Pasangan observasi dikatakan *concordant* apabila urutan nilai X sejalan dengan urutan nilai Y , dan dikatakan *discordant* apabila urutannya berlawanan (Nelsen, 2006). Hasilnya menunjukkan bahwa pasangan observasi yang bersifat *concordant* maupun *discordant* pada data asli tetap mempertahankan sifat yang sama setelah dilakukan jitter. Transformasi *jitter* tidak menimbulkan pasangan discordant baru secara signifikan, melainkan hanya menyelesaikan ketidakpastian urutan akibat nilai yang sama pada data diskrit.

Kendall's tau digunakan untuk mengukur kekuatan dan ketergantungan antara dua variabel acak berdasarkan perbandingan jumlah pasangan observasi yang bersifat *concordant* dan *discordant* (Agustini et al., 2019). Nilai Kendall's tau antara X dan Y sebesar 0.4009,

sedangkan nilai Kendall's tau antara X^* dan Y sebesar 0.3939. Perbedaan nilai Kendall's tau yang sangat kecil disebabkan oleh mekanisme jitter yang menyelesaikan *ties* secara acak, sehingga sedikit memengaruhi jumlah pasangan *concordant* dan *discordant* dalam perhitungan. Namun, perbedaan tersebut tidak mengubah interpretasi struktur ketergantungan data.

Data X^* mengikuti distribusi Lognormal. Hasil uji kesesuaian menggunakan Anderson-Darling menghasilkan nilai statistik sebesar 0.1948, yang berada di bawah nilai kritis pada taraf signifikansi 5%. Artinya, distribusi Lognormal dinyatakan sesuai dalam merepresentasikan data X^* .

Transformasi Uniform

Data X^* dan Y ditransformasikan ke dalam skala Uniform (0,1) menggunakan *Probability Integral Transform* (PIT) berdasarkan fungsi distribusi kumulatif marginal masing-masing variabel (Bajić et al., 2020). Transformasi tersebut menghasilkan pasangan data $u = F_{X^*}(X^*)$ dan $v = F_Y(Y)$. F_{X^*} dan F_Y merupakan fungsi distribusi marginal masing-masing variabel. Hasil transformasi PIT menunjukkan bahwa data hasil transformasi memiliki distribusi marginal Uniform (0,1) yang merupakan syarat utama dalam pemodelan Copula. Nilai Kendall's tau antara u dan v sama dengan nilai Kendall's tau antara X^* dan Y yaitu sebesar 0.3939 yang menunjukkan bahwa struktur ketergantungan data tidak berubah.

Copula

Pasangan (u, v) selanjutnya digunakan dalam pemodelan Copula Archimedean, khususnya Copula Clayton, Gumbel, dan Frank yang memiliki karakteristik ketergantungan yang berbeda dalam merepresentasikan perilaku ketergantungan pada ekor distribusi. Estimasi parameter copula dilakukan menggunakan metode *Inference Function for Margins* (IFM). IFM merupakan metode untuk estimasi parameter Copula, dengan menggunakan dua tahap *Maximum Likelihood Method* (MLE) yaitu tahap pertama mengestimasi parameter dari masing-masing distribusi marginal, dan tahap kedua mengestimasi parameter Copula (Muela & López-Martín, 2023).

Pemilihan Copula terbaik dilakukan dengan menggunakan kriteria *Akaike Information Criterion* (AIC) dan *Bayesian Information Criterion* (BIC). Penggunaan AIC dan BIC secara bersamaan dalam penelitian ini bertujuan untuk memperoleh pemilihan copula terbaik yang tidak hanya memiliki tingkat kesesuaian yang baik terhadap data, tetapi juga memiliki struktur model yang *parsimonious* dan stabil secara statistik (Muela & López-Martín, 2023).

Tabel 3. Hasil Estimasi Parameter, Log-Likelihood, AIC, dan BIC untuk Copula Clayton, Gumbel, dan Frank

Jenis Copula	Parameter $\hat{\theta}$	Log-likelihood	AIC	BIC
Clayton	0.5600	1.6555	-1.311	-0.2191
Gumbel	1.3001	4.9379	-7.8758	-6.7847
Frank	4.0782	4.6461	-7.2922	-6.2012

Tabel 3 menunjukkan bahwa Copula Clayton menghasilkan estimasi parameter $\hat{\theta} = 0.5600$, yang mengindikasikan adanya ketergantungan positif yang relatif lemah dan terutama merepresentasikan ketergantungan pada ekor bawah (*lower tail dependence*) (Hanin et al., 2025). Nilai *log-likelihood* sebesar 1.6555 menunjukkan tingkat kecocokan model yang lebih rendah dibandingkan dua model copula lainnya. Hal ini juga tercermin dari nilai AIC dan BIC yang relatif besar, yaitu -1.311 dan -0.2191, sehingga Copula Clayton kurang optimal dalam merepresentasikan struktur ketergantungan data.

Copula Frank menghasilkan estimasi parameter $\hat{\theta} = 4.0782$, yang menunjukkan ketergantungan positif dengan karakteristik simetris, namun kemampuan menangkap

ketergantungan ekstrem pada ekor distribusi (Hanin et al., 2025). Nilai *log-likelihood* sebesar 4.6461 lebih tinggi dibandingkan Copula Clayton, serta diikuti oleh nilai AIC dan BIC yang relatif kecil, masing-masing sebesar -7.2922 dan -6.2012. Meskipun demikian, kinerja Copula Frank masih berada di bawah Copula Gumbel.

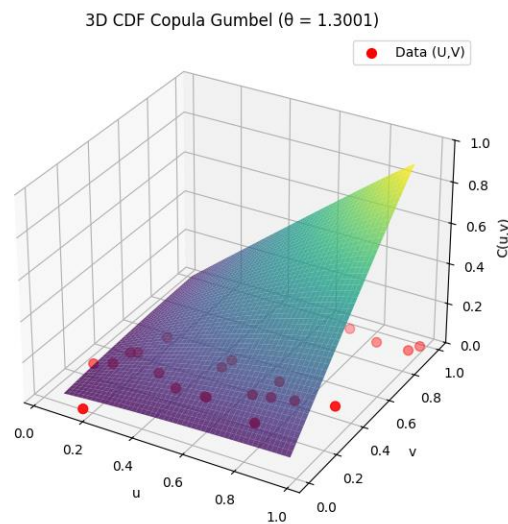
Hasil estimasi pada Tabel 3 menunjukkan bahwa Copula Gumbel memberikan hasil terbaik dengan estimasi parameter $\hat{\theta} = 1.3001$ yang mengindikasikan adanya ketergantungan positif dengan intensitas moderat dan karakteristik *upper tail dependence* (Hanin et al., 2025). Nilai *log-likelihood* tertinggi sebesar 4.9379 menunjukkan tingkat kecocokan model yang paling baik terhadap data. Selain itu, Copula Gumbel memiliki nilai AIC dan BIC terkecil, yaitu -7.8758 dan -6.7847, yang menandakan bahwa model ini paling *parsimonious* dan unggul secara statistik dibandingkan Copula Clayton dan Frank.

Model Copula Terpilih

Copula Gumbel terpilih sebagai model terbaik untuk merepresentasikan struktur ketergantungan antara frekuensi klaim bulanan dan severitas rata-rata klaim bulanan. Fungsi distribusi bivariat Copula Gumbel dengan parameter $\hat{\theta} = 1.3001$ didefinisikan sebagai:

$$C(u, v) = \exp\left(-\left[(-\log u)^\theta + (-\log v)^\theta\right]^{\frac{1}{\theta}}\right) \quad (7)$$

Parameter $\hat{\theta} = 1.3001$ mengindikasikan adanya ketergantungan positif dengan tingkat moderat antara kedua variabel.



Gambar 1. Visualisasi Permukaan CDF Copula Gumbel dengan Parameter $\hat{\theta} = 1.3001$

Gambar 1 menunjukkan permukaan *Cumulative Distribution Function* (CDF) tiga dimensi dari Copula Gumbel dengan parameter $\hat{\theta} = 1.3001$. Permukaan CDF menunjukkan peningkatan nilai yang bersifat monoton seiring dengan bertambahnya nilai variabel u dan v , yang sesuai dengan sifat dasar CDF.

Bentuk permukaan yang melengkung dan tidak linier mengindikasikan adanya ketergantungan positif antara variabel u dan v . Nilai permukaan yang meningkat lebih tajam pada wilayah dengan nilai u dan v yang tinggi menunjukkan karakteristik *upper tail dependence*, yang merupakan ciri khas Copula Gumbel. Diperkuat oleh nilai koefisien ketergantungan ekor Copula Gumbel, dimana koefisien ekor atas (λ_{upper}) bernilai 0.2957 sedangkan koefisien ekor bawah (λ_{lower}) bernilai 0. Hal ini sejalan dengan sifat Copula Gumbel yang

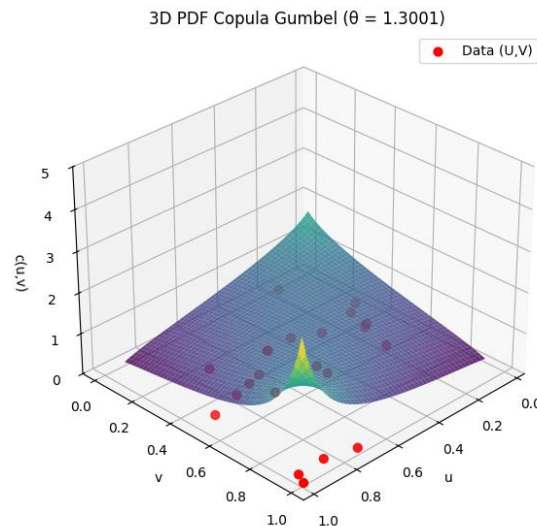
bersifat asimetris dan secara khusus dirancang untuk menangkap ketergantungan ekstrem pada nilai besar (Stella, 2024).

Warna gelap pada bagian bawah permukaan menunjukkan nilai CDF yang rendah, sedangkan warna terang pada bagian atas permukaan menunjukkan nilai CDF yang tinggi. Perubahan warna yang halus dan kontinu mengindikasikan bahwa fungsi CDF bersifat mulus dan tidak mengalami diskontinuitas.

Titik-titik merah merepresentasikan pasangan data (u_i, v_i) yang berada di sekitar dan di bawah permukaan CDF, yang sesuai dengan definisi fungsi distribusi kumulatif. Sebaran titik data tersebut secara umum mengikuti pola permukaan copula, sehingga menunjukkan bahwa Copula Gumbel dengan parameter $\hat{\theta} = 1.3001$ mampu merepresentasikan struktur ketergantungan antarvariabel dengan cukup baik.

Fungsi densitas bivariat (PDF) Copula Gumbel memberikan informasi mengenai konsentrasi kepadatan peluang gabungan dan dinyatakan sebagai:

$$c(u, v) = \frac{c(u, v) [\log u \times \log v]^{\theta-1}}{uv [(-\log u)^\theta + (-\log v)^\theta]^{2-\frac{1}{\theta}}} \times \left\{ [(-\log u)^\theta + (-\log v)^\theta]^{\frac{1}{\theta}} + \theta - 1 \right\} \quad (8)$$



Gambar 2. Visualisasi Permukaan CDF Copula Gumbel dengan Parameter $\hat{\theta} = 1.3001$

Gambar 2 menunjukkan permukaan *Probability Density Function* (PDF) tiga dimensi dari Copula Gumbel dengan parameter $\hat{\theta} = 1.3001$. Permukaan PDF merepresentasikan intensitas probabilitas gabungan dari variabel u dan v pada setiap kombinasi nilainya.

Bentuk permukaan PDF menunjukkan nilai densitas yang relatif rendah pada sebagian besar wilayah domain, khususnya ketika salah satu atau kedua variabel berada pada nilai rendah hingga menengah. Sebaliknya, permukaan menampilkan puncak densitas yang lebih tinggi pada wilayah dengan nilai u dan v yang sama-sama besar, terutama mendekati sudut $(u = 1, v = 1)$. Pola ini mencerminkan adanya ketergantungan positif yang lebih kuat pada bagian ekor atas (*upper tail*) distribusi.

Gradasi warna pada permukaan PDF menggambarkan variasi besar kecilnya nilai densitas probabilitas. Warna gelap menunjukkan nilai densitas yang rendah, sedangkan warna terang menunjukkan nilai densitas yang tinggi. Konsentrasi warna terang di wilayah u dan v yang tinggi mengindikasikan bahwa kombinasi nilai ekstrem atas memiliki peluang kejadian bersama yang relatif lebih besar dibandingkan kombinasi nilai lainnya.

Titik-titik merah sebagian besar terkonsentrasi di sekitar wilayah dengan densitas yang lebih tinggi. Kondisi ini menunjukkan bahwa data observasi memiliki kecenderungan

mengikuti pola ketergantungan yang dimodelkan oleh Copula Gumbel. Meskipun demikian, masih terdapat beberapa titik data yang berada pada wilayah dengan densitas lebih rendah.

Value At Risk (VaR)

Setelah struktur ketergantungan antara variabel dimodelkan menggunakan Copula Gumbel dengan parameter $\hat{\theta} = 1.3001$, tahap selanjutnya adalah melakukan pengukuran risiko menggunakan pendekatan *Value at Risk* (VaR). Untuk memperoleh distribusi kerugian agregat, dilakukan pembangkitan data sintesis sebanyak 10.000 observasi melalui simulasi Monte Carlo (Tinungki et al., 2023). Proses simulasi diawali dengan membangkitkan pasangan data acak (u, v) yang mengikuti struktur ketergantungan Copula Gumbel. Selanjutnya, pasangan data tersebut ditransformasikan ke dalam skala variabel asli menggunakan fungsi kuantil dari masing-masing distribusi marginal.

Berdasarkan hasil simulasi Monte Carlo sebanyak 10.000 iterasi dengan menggunakan model Copula Gumbel, diperoleh bahwa dalam satu periode frekuensi klaim antara 6 hingga 68 kejadian. Selain itu, severitas rata-rata kerugian per kejadian berada pada rentang Rp 1,046,134.67 hingga Rp 59,818,886.39.

Kerugian agregat bulanan dihitung menggunakan persamaan (6) yang diperoleh dari hasil simulasi Monte Carlo dengan menggunakan model Copula Gumbel menghasilkan, kerugian agregat bulanan antara Rp 18,405,216.82 hingga Rp 3,529,314,297.14 yang diketahui dapat didekati dengan baik oleh distribusi Lognormal. Hal ini ditunjukkan dengan baik oleh hasil uji Anderson-Darling yang menghasilkan nilai statistik sebesar 3.2477, sehingga hipotesis nol tidak ditolak pada tingkat signifikansi 10%. Taraf signifikansi 10% digunakan karena data kerugian bersifat *heavy-tailed* dan memiliki tingkat *skewness* yang tinggi, sehingga uji Anderson-Darling menjadi terlalu konservatif pada taraf 5%. Oleh karena itu, taraf 10% dipilih agar model tidak terlalu ketat menolak distribusi yang secara empiris dan informasional memberikan hasil terbaik.

Berdasarkan distribusi Lognormal yang digunakan sebagai pendekatan terhadap distribusi kerugian agregat. Nilai *Value at Risk* (VaR) pada tingkat kepercayaan 90%, 95% dan 99% ditentukan berdasarkan fungsi kuantil distribusi Lognormal, sebagaimana dinyatakan pada persamaan (Mukhaiyar et al., 2024):

$$VaR_p(X) = e^{\mu + Z_p\sigma} \tag{9}$$

Persamaan (9) digunakan untuk mengukur batas maksimum kerugian agregat pada tingkat kepercayaan p yang bergantung pada parameter lokasi (μ) dan dispersi (σ). Nilai σ yang lebih besar mencerminkan volatilitas kerugian yang lebih tinggi dan menghasilkan estimasi VaR yang semakin konservatif. Peningkatan tingkat kepercayaan p dari 90% menjadi 95% dan 99% menyebabkan kenaikan nilai kuantil Normal baku (Z_p), sehingga batas kerugian maksimum yang diperkirakan semakin meningkat.

Tabel 4. Estimasi VaR dan Hasil Uji Backtesting LRUC pada tingkat kepercayaan 90%, 95%, dan 99%

Test Statistics	VaR 90%	VaR 95%	VaR 99%
Nilai VaR	Rp 704,318,178.99	Rp 898,324,152.55	Rp 1,417,886,613.15
LRUC	1.6229	0.1354	1.2692
<i>p-value</i>	0.2027	0.7129	0.2599

Tabel 4 menunjukkan bahwa nilai VaR pada tingkat kepercayaan 90% sebesar Rp 704,318,178.99 menunjukkan bahwa, dengan tingkat keyakinan 90% total kerugian agregat yang terjadi dalam satu bulan tidak akan melebihi nilai tersebut. Dengan kata lain, terdapat kemungkinan sebesar 10% bahwa kerugian agregat bulanan akan melampaui Rp

704,318,178.99. Nilai statistik LRUC sebesar 1.6229 dengan p -value sebesar 0.2027. Karena nilai p -value lebih besar daripada tingkat signifikansi 5%, menunjukkan bahwa proporsi pelanggaran VaR 90% secara statistik konsisten dengan tingkat kepercayaan yang ditetapkan.

Tabel 4 juga menunjukkan bahwa nilai VaR pada tingkat kepercayaan 95% sebesar Rp 898,324,152.55 yang mengindikasikan bahwa, dengan tingkat keyakinan 95% total kerugian agregat bulanan diperkirakan tidak akan melebihi Rp 898,324,152.55, sedangkan peluang terjadinya kerugian yang melebihi nilai tersebut adalah sebesar 5%. Nilai statistik LRUC sebesar 0.1354 dengan p -value sebesar 0.7129. Nilai p -value yang relatif besar mengindikasikan bahwa model VaR pada tingkat kepercayaan 95% memiliki kinerja yang sangat baik.

Pada tingkat kepercayaan 99%, Tabel 4 menunjukkan bahwa nilai VaR mencapai Rp 1,417,886,613.15. Nilai ini menunjukkan bahwa, dengan tingkat keyakinan 99% total kerugian agregat dalam satu bulan tidak diperkirakan melampaui Rp 1,417,886,613.15, kecuali pada kondisi ekstrem dengan probabilitas sebesar 1%. Nilai statistik LRUC sebesar 1.2692 dengan p -value sebesar 0.2599. Karena nilai p -value juga melebihi tingkat signifikansi 5%, maka model VaR pada tingkat kepercayaan 99% dinilai memadai secara statistik.

PENUTUP

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan pada data klaim asuransi kendaraan bermotor PT. ABC periode Januari 2024 hingga Oktober 2025, dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut:

1. Frekuensi klaim bulanan berdistribusi Negatif Binomial, dan severitas klaim bulanan berdistribusi Gamma.
2. Frekuensi klaim bulanan yang bersifat diskrit berhasil dikontinukan melalui transformasi jitters, sehingga memenuhi asumsi marginal kontinu dalam pemodelan Copula.
3. Didapatkan hasil estimasi parameter menggunakan metode *Inference Functions for Margins* (IFM) Copula Clayton dengan parameter $\hat{\theta} = 0.5600$, Copula Gumbel dengan parameter $\hat{\theta} = 1.3001$, dan Copula Frank dengan parameter $\hat{\theta} = 4.0782$
4. Berdasarkan perbandingan nilai *log-likelihood*, AIC, dan BIC, Copula Gumbel teridentifikasi sebagai model copula terbaik dalam menjelaskan hubungan dependensi antara frekuensi klaim bulanan dan severitas rata-rata klaim bulanan pada data klaim asuransi kendaraan bermotor PT. ABC.
5. Estimasi VaR berdasarkan Copula Gumbel sebagai model terbaik dilakukan pada tingkat kepercayaan 90%, 95%, dan 99% menghasilkan nilai VaR masing-masing sebesar Rp 704,318,178.99; Rp 898,324,152.55; Rp 1,417,886,613.15. Hasil backtesting menggunakan LRUC menunjukkan bahwa estimasi VaR tersebut konsisten secara statistik dengan data aktual, yang ditunjukkan oleh nilai p -value di atas taraf signifikansi 5%.

UCAPAN TERIMAKASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada orang tua dan kedua kakak atas dukungan yang diberikan. Ucapan terima kasih juga disampaikan kepada Bu Affi selaku dosen pembimbing atas bimbingan dan arahnya dalam penyusunan artikel ini. Penulis turut mengapresiasi Jurusan Matematika, Universitas Negeri Surabaya atas dukungan selama proses penelitian. Terima kasih juga disampaikan kepada seluruh pihak yang telah membantu secara langsung maupun tidak langsung.

REFERENSI

- Agustini, S., Hadijati, M., & Fitriyani Nurul. (2019). Analisis Dependensi Faktor Makroekonomi terhadap Tingkat Harga Emas Dunia dengan Pendekatan Copula. *Eigen Mathematics Journal*, 2, 82–91.
- Bajić, D., Mišić, N., Škorić, T., Japundžić-žigon, N., & Milovanović, M. (2020). On Entropy of Probability Integral Transformed Time Series. *Entropy*, 22(10), 1–3. <https://doi.org/10.3390/e22101146>
- CEIC Data. (2025). *Indonesia Number of Registered Vehicles*. CEIC Data. <https://www.ceicdata.com/en/indicator/indonesia/number-of-registered-vehicles>
- Fitriawati, A., Febrianti, W., Bustan, A. W., & Amris. (2020). Teknik Mengkonstruksi Distribusi Bivariat Copula Clayton pada Data Marginal Diskrit dengan Implikasi Kebergantungan. *Delta: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 8(2), 227. <https://doi.org/10.31941/delta.v8i2.1075>
- Handoyo, D., Falah Anwar, R., Damanik, R., & Nainggolan, R. F. (2025). Development of Economic Capital Using Value-at-Risk (VaR) for Catastrophe (Re)Insurance. In *IJF Indonesian Actuarial Journal Persatuan Aktuaris Indonesia (PAI)* (Vol. 01, Issue 01).
- Hanin, N., Satyahadewi, N., & Sulistianingsih Evy. (2025). Comparison Analysis of Clayton, Gumbel, and Frank Copula for Modeling the Dependence Between BBKA Closing Price and Indonesia Macroeconomic Factors. *Jurnal Ilmu Matematika Dan Terapan*, 19, 2405–2418.
- Karadağ Erdemir, Ö., & Sucu, M. (2020). A comparative study on modeling of dependence between claim severity and frequency with Archimedean copulas. *Statistics and Actuarial Science*, 1, 18–29. www.istatistikciler.org
- Kurnia, I., Dini Fernandha, R., & Lestari, N. (2022). Asuransi dan Aspeknya. *Seminar Nasional Hasil Penelitian Dan Pengabdian Kepada Masyarakat*. <https://media.neliti.com/media/publications/26763-ID-klaim-ganti-rugi-dalam-perjanjian-asur>
- Muela, S. B., & López-Martín, C. (2023). A Comparison of Information Criterion for Choosing Copula Models. *International Business Research*, 16(4), 1. <https://doi.org/10.5539/ibr.v16n4p1>
- Mukhaiyar, U., Dianpermatasari, A., Dzakiya, A., Widyani, S. B., & Syam, H. K. (2024). The Value at Risk Analysis using Heavy-Tailed Distribution on the Insurance Claims Data. *JTAM (Jurnal Teori Dan Aplikasi Matematika)*, 8(4), 1233. <https://doi.org/10.31764/jtam.v8i4.25053>
- Nelsen, R. B. (2006). *An Introduction to Copulas* (2nd ed.). Springer.
- Omari, C. O., Nyambura, S. G., & Mwangi, J. M. W. (2018). Modeling the Frequency and Severity of Auto Insurance Claims Using Statistical Distributions. *Journal of Mathematical Finance*, 08(01), 137–160. <https://doi.org/10.4236/jmf.2018.81012>
- Rahmadeni, & Raudi, S. (2020). Analisis Tingkat Kerugian Material Akibat Kecelakaan Lalu Lintas dengan Menggunakan Dummy Variable di Provinsi Riau Tahun 2013-2017. *Sains Matematika Dan Statistika*, 6. <https://ejournal.uin-suska.ac.id/index.php/JSMS/article/view/9253/5434>
- Stella, M. (2024). Dependence Structure and Portfolio Value-At-Risk for Some Selected Nigerian Stocks Using a Copula-Based Volatility Model. *International Journal of Computer Science and Mathematical Theory*, 10. <https://doi.org/10.56201/ijcsmt.v10.no1.2024.pg102.123>
- Tinungki, G. M., Siswanto, S., & Najiha, A. (2023). The Gumbel Copula Method for Estimating Value at Risk: Evidence from Telecommunication Stocks in Indonesia

during the COVID-19 Pandemic. *Journal of Risk and Financial Management*, 16(10).
<https://doi.org/10.3390/jrfm16100424>