

Model Matematis dan Analisis Statistik Indeks Efisiensi Investasi Pariwisata (T-CLEI)

Musafa¹, Eka Purwanda²

¹STP ARS Internasional; ²Universitas Teknologi Digital

¹musafadec@gmail.com

ABSTRAK

Penelitian ini mengembangkan model matematis dan kerangka statistika untuk menganalisis efisiensi investasi dalam sektor pariwisata melalui indikator *Tourism Capital–Leverage Efficiency Index* (T-CLEI). Model diformulasikan sebagai masalah optimasi fraksional dengan fungsi profit berbasis Cobb-Douglas dan dianalisis secara analitik menggunakan kalkulus diferensial, analisis matriks Hessian, serta transformasi logaritmik. Kondisi eksistensi dan keunikan solusi optimal diturunkan secara rigis berdasarkan Teorema Nilai Ekstrem dan analisis konkavitas. Selanjutnya, dilakukan kajian statistik teoritis dengan memandang T-CLEI sebagai fungsi dari variabel acak dan menerapkan *Delta Method* untuk memperoleh aproksimasi ekspektasi dan varians sebagai dasar konstruksi interval kepercayaan. Teorema utama yang dibuktikan menyatakan bahwa solusi optimal bersifat eksis dan unik apabila jumlah elastisitas output terhadap modal dan leverage memenuhi kondisi $\beta + \gamma < 1$. Model ini memberikan kontribusi pada pengembangan kerangka analitis efisiensi investasi pariwisata, serta membuka peluang validasi empiris menggunakan data panel destinasi wisata.

Kata Kunci: pariwisata; efisiensi investasi; optimasi fraksional; T-CLEI; Delta Method

ABSTRACT

This study develops a mathematical and statistical framework for analyzing tourism investment efficiency through the *Tourism Capital–Leverage Efficiency Index* (T-CLEI). The model is formulated as a fractional optimization problem using a Cobb-Douglas profit function and analyzed via differential calculus, Hessian matrix analysis, and logarithmic transformation. Existence and uniqueness of the optimal solution are rigorously proven using the Extreme Value Theorem and concavity analysis. A statistical framework applying the Delta Method provides first-order approximations for the expectation and variance of T-CLEI, enabling confidence interval construction. The central theorem establishes that the optimal solution is unique when the sum of output elasticities satisfies $\beta + \gamma < 1$. The model contributes for tourism investment efficiency analysis with potential for empirical validation on panel data.

Keywords: tourism; investment efficiency; fractional optimization; T-CLEI; Delta Method

PENDAHULUAN

Sektor pariwisata merupakan salah satu sektor strategis dalam perekonomian global yang memberikan kontribusi signifikan terhadap produk domestik bruto (PDB), penciptaan lapangan kerja, dan pemasukan devisa negara. Menurut World Tourism Organization (UNWTO, 2023), sektor pariwisata menyumbang sekitar 10% dari PDB global sebelum pandemi COVID-19 dan terus menunjukkan pemulihan yang kuat pascapandemi dengan pertumbuhan kunjungan wisatawan internasional yang mencapai 88% dari level prapandemi pada tahun 2023. Besarnya arus investasi yang masuk ke sektor ini menjadikan efisiensi pengelolaan modal sebagai perhatian utama bagi investor, pengambil kebijakan, dan pengelola destinasi wisata.

Pengembangan destinasi wisata memerlukan keseimbangan yang cermat antara investasi modal (*capital investment*) dan struktur pembiayaan (*leverage*) agar menghasilkan

profitabilitas yang optimal (Tirole, 2006; Brealey, Myers, & Allen, 2020). Ketidakseimbangan antara keduanya dapat menyebabkan inefisiensi: investasi modal yang berlebih tanpa dukungan produktivitas yang memadai menyebabkan kenaikan biaya tanpa peningkatan pendapatan yang proporsional, sementara leveraging yang terlalu tinggi meningkatkan risiko keuangan dan beban bunga yang dapat mengancam keberlangsungan destinasi (Dwyer, Forsyth, & Dwyer, 2010).

Meskipun literatur tentang efisiensi pariwisata telah berkembang pesat, sebagian besar penelitian masih bersifat empiris dengan menggunakan metode *Data Envelopment Analysis* (DEA) atau *Stochastic Frontier Analysis* (SFA) (Song, Dwyer, Li, & Cao, 2012). Pendekatan tersebut, meskipun berguna untuk membandingkan efisiensi lintas unit observasi, memiliki keterbatasan dalam memberikan kerangka teoritis yang kuat mengenai hubungan fungsional eksplisit antara investasi modal, struktur pembiayaan, dan profitabilitas. Belum banyak penelitian yang membangun model matematis analitik untuk mengukur efisiensi investasi pariwisata secara eksplisit dan membuktikan sifat-sifat solusi optimalnya.

Kesenjangan tersebut mendorong pengembangan indikator baru yang disebut *Tourism Capital–Leverage Efficiency Index* (T-CLEI), yaitu suatu rasio fraksional yang mengukur tingkat profitabilitas relatif terhadap total modal yang digunakan. Model ini diformulasikan sebagai masalah optimasi fraksional (Dinkelbach, 1967) dengan fungsi profit berbasis Cobb-Douglas yang dianalisis menggunakan kalkulus diferensial, analisis Hessian, dan transformasi logaritmik (Boyd & Vandenberghe, 2004; Luenberger & Ye, 2016). Selain itu, T-CLEI dipandang sebagai fungsi dari variabel acak dan dianalisis secara statistik menggunakan *Delta Method* untuk memperoleh aproksimasi ekspektasi dan varians (Casella & Berger, 2002; Wooldridge, 2010).

Penelitian ini bertujuan untuk: (1) memformulasikan model matematis T-CLEI berbasis fungsi produksi Cobb-Douglas; (2) membuktikan eksistensi dan keunikan solusi optimal; (3) menurunkan kondisi optimalitas orde pertama secara analitik; dan (4) mengembangkan kerangka statistik berbasis *Delta Method* untuk estimasi dan inferensi T-CLEI. Hasil penelitian diharapkan memberikan kontribusi teoritis dalam analisis efisiensi investasi pariwisata serta menyediakan dasar matematis untuk pengembangan model empiris lebih lanjut.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan teoritis-matematis dan statistika deduktif, yaitu membangun proposisi, lemma, dan teorema secara formal berdasarkan aksioma dan definisi yang telah ditetapkan terlebih dahulu (Bazaraa, Sherali, & Shetty, 2006). Pendekatan ini tidak menggunakan data primer atau sekunder empiris, melainkan berfokus pada derivasi analitik dan pembuktian matematis. Langkah-langkah penelitian diuraikan sebagai berikut.

Tahap 1: Formulasi Model. Mendefinisikan variabel investasi modal $C > 0$ dan leverage $L > 0$, merumuskan fungsi profit $\pi(C, L)$ berbasis fungsi produksi Cobb-Douglas, dan mendefinisikan T-CLEI sebagai rasio fraksional $\pi(C, L)/(C + L)$.

Tahap 2: Analisis Eksistensi Solusi. Mengaplikasikan Teorema Nilai Ekstrem (*Extreme Value Theorem*) pada domain kompak untuk membuktikan bahwa T-CLEI mencapai nilai maksimum (Rockafellar, 1970).

Tahap 3: Penurunan Kondisi Optimalitas. Menghitung turunan parsial T-CLEI terhadap C dan L , menyamakannya dengan nol, dan menginterpretasikan kondisi orde pertama dalam konteks efisiensi alokasi modal (Luenberger & Ye, 2016).

Tahap 4: Analisis Hessian. Menurunkan matriks Hessian dari T-CLEI pada titik kritis, kemudian menentukan kondisi konkavitas yang menjamin keunikan solusi optimal.

Tahap 5: Transformasi Logaritmik. Menerapkan transformasi logaritmik natural pada T-CLEI untuk mempermudah analisis dan menyediakan bentuk linier untuk keperluan estimasi empiris.

Tahap 6: Analisis Statistik (*Delta Method*). Memandang C dan L sebagai variabel acak, kemudian menerapkan *Delta Method* orde pertama (Casella & Berger, 2002) untuk menurunkan aproksimasi ekspektasi dan varians T-CLEI serta mengonstruksi interval kepercayaan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Definisi dan Formulasi Model T-CLEI

Misalkan $C > 0$ menyatakan investasi modal (*capital investment*) dan $L > 0$ menyatakan tingkat leverage (pembiayaan utang) pada suatu destinasi wisata. Fungsi profit pariwisata $\pi(C, L)$ didefinisikan menggunakan fungsi produksi Cobb-Douglas yang dimodifikasi sebagai berikut.

$$\pi(C, L) = a \cdot C^\beta \cdot L^\gamma - bC - cL \dots(1)$$

dengan $a > 0$ adalah parameter produktivitas total faktor, $0 < \beta < 1$ dan $0 < \gamma < 1$ adalah elastisitas output terhadap masing-masing faktor, serta $b, c > 0$ adalah biaya unit (*unit cost*) masing-masing faktor. Kondisi $0 < \beta < 1$ dan $0 < \gamma < 1$ mencerminkan hukum kenaikan hasil yang semakin berkurang (*diminishing marginal returns*), yang secara konsisten diamati dalam industri jasa termasuk pariwisata (Dwyer et al., 2010). Suku $-bC - cL$ merepresentasikan biaya operasional yang proporsional dengan input.

Tourism Capital–Leverage Efficiency Index (T-CLEI) selanjutnya didefinisikan sebagai rasio fraksional:

$$T(C, L) = \pi(C, L) / (C + L) = [a \cdot C^\beta \cdot L^\gamma - bC - cL] / (C + L) \dots(2)$$

T-CLEI merupakan ukuran efisiensi yang menghubungkan profitabilitas dengan total modal yang digunakan. Secara ekonomi, T-CLEI yang tinggi mengindikasikan bahwa setiap unit modal (gabungan investasi sendiri dan utang) menghasilkan profit yang lebih besar. Formulasi ini merupakan masalah pemrograman fraksional (*fractional programming*), yang memiliki struktur yang telah dikaji secara ekstensif dalam literatur optimasi (Dinkelbach, 1967; Boyd & Vandenberghe, 2004).

Eksistensi Solusi Optimal

Proposisi 1 (Eksistensi). *Jika $\pi(C, L)$ kontinu dan positif pada domain kompak $D = \{(C, L) : \varepsilon \leq C \leq C_{\max}, \varepsilon \leq L \leq L_{\max}\}$ dengan $\varepsilon > 0$, maka $T(C, L)$ mencapai nilai maksimumnya pada D.*

Bukti. Karena $\pi(C, L)$ kontinu pada D yang kompak dan penyebut $g(C, L) = C + L \geq 2\varepsilon > 0$ pada seluruh D, maka $T(C, L) = \pi(C, L)/g(C, L)$ merupakan fungsi kontinu pada D (komposisi dan rasio fungsi-fungsi kontinu dengan penyebut tak nol). Oleh Teorema Nilai Ekstrem (Rockafellar, 1970), setiap fungsi kontinu pada himpunan kompak non-kosong mencapai nilai maksimum dan minimumnya. Dengan demikian, T mencapai maksimumnya pada D. □

Untuk memperoleh solusi interior, diperlukan kondisi tambahan bahwa pada batas domain ($C \rightarrow \varepsilon$ atau $L \rightarrow \varepsilon$) nilai T lebih kecil daripada di interior. Kondisi ini terpenuhi

untuk parameter produktivitas a yang cukup besar relatif terhadap b dan c , yang merupakan skenario realistis bagi destinasi wisata yang beroperasi di atas titik impas.

Kondisi Optimalitas Orde Pertama

Misalkan (C^*, L^*) merupakan titik maksimum interior T pada D . Turunan parsial T terhadap C adalah:

$$\partial T / \partial C = [\partial \pi / \partial C \cdot (C + L) - \pi(C, L)] / (C + L)^2$$

Menyamakan dengan nol menghasilkan kondisi $\partial \pi / \partial C = \pi(C, L) / (C + L) = T^*$. Demikian pula untuk turunan terhadap L . Sehingga kondisi optimalitas orde pertama yang diperlukan adalah:

$$\partial \pi / \partial C = \partial \pi / \partial L = T^* \quad \dots(3)$$

Kondisi (3) merupakan analog dari kondisi efisiensi alokatif dalam teori produksi (Luenberger & Ye, 2016): pada titik optimal, produk marginal neto dari setiap faktor (setelah dikurangi biaya unit) harus sama dengan nilai T -CLEI optimal itu sendiri. Secara eksplisit, persamaan (3) menghasilkan:

$$a\beta(C^*)^{\beta-1}(L^*)^\gamma - b = T^* \quad \dots(4)$$

$$a\gamma(C^*)^\beta(L^*)^{\gamma-1} - c = T^* \quad \dots(5)$$

Dari persamaan (4) dan (5), diperoleh hubungan antara C^* dan L^* yang menentukan rasio modal optimal:

$$a\beta(C^*)^{\beta-1}(L^*)^\gamma - b = a\gamma(C^*)^\beta(L^*)^{\gamma-1} - c \quad \dots(6)$$

Persamaan (6) menetapkan rasio optimal C^*/L^* sebagai fungsi dari parameter produktivitas a , elastisitas β , γ , dan biaya unit b , c . Interpretasi ekonominya adalah bahwa pada titik efisiensi maksimum, penyesuaian alokasi antara modal sendiri dan utang harus mempertimbangkan elastisitas dan biaya relatif masing-masing faktor (Brealey, Myers, & Allen, 2020).

Analisis Hessian dan Keunikan Solusi

Untuk memastikan bahwa titik kritis (C^*, L^*) merupakan maksimum (bukan minimum atau titik sadel), dilakukan analisis matriks Hessian dari $T(C, L)$. Lemma berikut ini menyederhanakan perhitungan Hessian pada titik kritis.

Lemma 1. Pada titik kritis (C^*, L^*) , elemen-elemen matriks Hessian dari T memenuhi:

$$\partial^2 T / \partial C^2 |_* = \pi_{CC} / (C^* + L^*)$$

$$\partial^2 T / \partial L^2 |_* = \pi_{LL} / (C^* + L^*)$$

$$\partial^2 T / \partial C \partial L |_* = \pi_{CL} / (C^* + L^*)$$

Bukti. Dari $\partial T / \partial C = [\pi_C(C+L) - \pi] / (C+L)^2$, diturunkan kembali terhadap C :

$$\partial^2 T / \partial C^2 = [\pi_{CC}(C+L)^2 - 2(C+L)(\pi_C(C+L) - \pi)] / (C+L)^4$$

Pada titik kritis, berlaku $\pi_C(C+L) - \pi = 0$ (dari kondisi FOC), sehingga:

$$\partial^2 T / \partial C^2 |_* = \pi_{CC}(C+L)^2 / (C+L)^4 = \pi_{CC} / (C+L) \quad \square$$

Selanjutnya dihitung turunan kedua dari fungsi profit:

$$\pi_{CC} = a\beta(\beta-1)C^{\beta-2}L^\gamma < 0 \quad (\text{karena } \beta < 1)$$

$$\pi_{LL} = a\gamma(\gamma-1)C^\beta L^{\gamma-2} < 0 \quad (\text{karena } \gamma < 1)$$

$$\pi_{CL} = a\beta\gamma C^{\beta-1}L^{\gamma-1} > 0$$

Teorema 1 (Keunikan Solusi Optimal). *Jika $\beta + \gamma < 1$, maka Hessian dari $T(C, L)$ pada titik kritis bersifat negatif definit, sehingga solusi optimal T-CLEI bersifat unik.*

Bukti. Dari Lemma 1, $H_T = H_\pi / (C^*+L^*)$. Karena $C^*+L^* > 0$, kondisi negatif definitnya H_T ekuivalen dengan kondisi negatif definitnya H_π . Kondisi ini diperlukan:

(i) $\pi_{CC} < 0$: terpenuhi karena $\beta < 1$.

(ii) $\det(H_\pi) = \pi_{CC}\pi_{LL} - (\pi_{CL})^2 > 0$:

$$\begin{aligned} \det(H_\pi) &= a^2\beta(\beta-1)\gamma(\gamma-1)C^{2\beta-2}L^{2\gamma-2} - a^2\beta^2\gamma^2C^{2\beta-2}L^{2\gamma-2} \\ &= a^2\beta\gamma C^{2\beta-2}L^{2\gamma-2}[(\beta-1)(\gamma-1) - \beta\gamma] \\ &= a^2\beta\gamma C^{2\beta-2}L^{2\gamma-2}(1 - \beta - \gamma) \dots(7) \end{aligned}$$

Apabila $\beta + \gamma < 1$, maka $1 - \beta - \gamma > 0$, sehingga $\det(H_\pi) > 0$. Dengan demikian H_π bersifat negatif definit, H_T bersifat negatif definit, dan titik kritis merupakan maksimum lokal. Karena T kontinu pada domain kompak dan maksimum global dicapai (Proposisi 1), titik maksimum lokal yang unik tersebut juga merupakan maksimum global. \square

Kondisi $\beta + \gamma < 1$ berimplikasi bahwa fungsi produksi memiliki *decreasing returns to scale*, yaitu kondisi yang umumnya terjadi pada tahap ekspansi destinasi wisata yang sudah mapan dan menghadapi keterbatasan kapasitas infrastruktur (Dwyer et al., 2010). Hal ini memberikan justifikasi empiris terhadap kondisi yang diperlukan untuk keunikan solusi optimal.

Transformasi Logaritmik

Untuk keperluan estimasi parameter secara empiris, diterapkan transformasi logaritmik natural pada T-CLEI:

$$\ln T(C, L) = \ln \pi(C, L) - \ln(C + L) \dots(8)$$

Karena transformasi logaritmik bersifat monoton meningkat, maksimum $T(C, L)$ ekuivalen dengan maksimum $\ln T(C, L)$ untuk $T > 0$. Jika diasumsikan komponen Cobb-Douglas mendominasi (yaitu $a\alpha C^\beta L^\gamma \gg bC + cL$), maka:

$$\ln T(C, L) \approx \ln a + \beta \ln C + \gamma \ln L - \ln(C + L) \dots(9)$$

Persamaan (9) dapat diestimasi secara empiris menggunakan metode *panel data regression* pada data destinasi wisata, di mana koefisien β dan γ diinterpretasikan sebagai elastisitas efisiensi terhadap modal dan leverage. Transformasi logaritmik juga menstabilkan varians residual dan mereduksi pengaruh outlier, sehingga meningkatkan validitas estimasi (Wooldridge, 2010).

Analisis Statistik: Ekspektasi T-CLEI

Dalam praktik, nilai C dan L observasi mengandung ketidakpastian akibat fluktuasi pasar, estimasi proyek, dan risiko keuangan. Oleh karena itu, C dan L diperlakukan sebagai variabel acak dengan:

$$C = \mu_C + \varepsilon_C, \quad L = \mu_L + \varepsilon_L$$

di mana $\mu_C = E[C]$ dan $\mu_L = E[L]$ adalah nilai rata-rata, sedangkan ε_C dan ε_L adalah deviasi acak dengan $E[\varepsilon_C] = E[\varepsilon_L] = 0$ dan varians $\sigma_C^2 = \text{Var}(C)$ serta $\sigma_L^2 = \text{Var}(L)$.

Ekspansi Taylor orde pertama dari $T(C, L)$ di sekitar (μ_C, μ_L) adalah:

$$T(C, L) \approx T(\mu_C, \mu_L) + \partial T / \partial C |_\mu \cdot \varepsilon_C + \partial T / \partial L |_\mu \cdot \varepsilon_L$$

Mengambil ekspektasi:

$$E[T(C, L)] \approx T(\mu_C, \mu_L) = T_0 \dots(10)$$

Hasil (10) menunjukkan bahwa $T_0 = T(\mu_C, \mu_L)$ merupakan estimator konsisten dari rata-rata T-CLEI (Casella & Berger, 2002). Ini memberikan justifikasi statistik bagi penggunaan T_0 sebagai tolok ukur efisiensi pada level destinasi individual.

Analisis Statistik: Varians T-CLEI (Delta Method)

Menerapkan *Delta Method* (Casella & Berger, 2002), varians T-CLEI diaproksimasi sebagai:

$$\text{Var}[T(C, L)] \approx (\partial T/\partial C)^2|_{\mu} \cdot \sigma_C^2 + (\partial T/\partial L)^2|_{\mu} \cdot \sigma_L^2 + 2(\partial T/\partial C)(\partial T/\partial L)|_{\mu} \cdot \sigma_{CL} \dots(11)$$

dengan $\sigma_{CL} = \text{Cov}(C, L)$. Turunan parsial yang diperlukan dievaluasi pada (μ_C, μ_L) :

$$\partial T/\partial C|_{\mu} = [\pi_C(\mu_C, \mu_L)(\mu_C + \mu_L) - \pi(\mu_C, \mu_L)] / (\mu_C + \mu_L)^2$$

$$\partial T/\partial L|_{\mu} = [\pi_L(\mu_C, \mu_L)(\mu_C + \mu_L) - \pi(\mu_C, \mu_L)] / (\mu_C + \mu_L)^2$$

Berdasarkan varians T-CLEI dari persamaan (11), interval kepercayaan 95% untuk T-CLEI dapat dikonstruksi sebagai:

$$[T_0 - 1,96\sqrt{\text{Var}[T]}, T_0 + 1,96\sqrt{\text{Var}[T]}] \dots(12)$$

Interval kepercayaan (12) memungkinkan pengambil keputusan menilai signifikansi statistik perbedaan efisiensi antar destinasi wisata. Apabila interval kepercayaan dua destinasi tidak tumpang tindih, perbedaan efisiensinya dinyatakan signifikan secara statistik pada tingkat kepercayaan 95%.

Interpretasi Ekonomi dan Implikasi Kebijakan

Hasil analisis matematis di atas memberikan beberapa implikasi ekonomi penting bagi pengelolaan destinasi wisata. Tabel 1 merangkum hubungan antara kondisi investasi, nilai T-CLEI, dan rekomendasi kebijakan.

Tabel 1. Interpretasi Kondisi T-CLEI pada Destinasi Wisata

Kondisi	Nilai T-CLEI	Interpretasi	Rekomendasi
$C \gg C^*$	Menurun	Investasi modal berlebih; inefisiensi akibat diminishing returns	Tahan atau kurangi capex baru
$L \gg L^*$	Menurun	Leverage tinggi; risiko finansial meningkat	Restrukturisasi utang; kurangi D/E
$C \approx C^*, L \approx L^*$	Maksimum	Efisiensi optimal; alokasi modal seimbang	Pertahankan struktur modal
$C \ll C^*, L \ll L^*$	Rendah	Underinvestment; potensi pendapatan belum optimal	Tingkatkan investasi secara bertahap

Dari analisis kondisi optimalitas (persamaan 4 dan 5), diperoleh implikasi pertama bahwa investasi modal yang berlebih ($C \gg C^*$) menyebabkan produk marginal modal menurun di bawah T^* , sehingga efisiensi sistem berkurang. Hal ini konsisten dengan hukum *diminishing marginal returns* yang terintegrasi dalam model melalui kondisi $\beta < 1$.

Implikasi kedua adalah bahwa leverage berlebih ($L \gg L^*$) meningkatkan beban bunga dan risiko tanpa peningkatan output yang proporsional, menurunkan T-CLEI. Ini

selaras dengan teori struktur modal dalam keuangan korporat yang menyatakan bahwa terdapat tingkat leverage optimal yang menyeimbangkan keuntungan pajak utang dengan biaya risiko keuangan (Tirole, 2006; Brealey et al., 2020).

Implikasi ketiga dan terpenting adalah bahwa terdapat kombinasi unik (C^*, L^*) yang memaksimalkan T-CLEI, sebagaimana dijamin oleh Teorema 1. Kombinasi optimal ini bergantung pada parameter produktivitas a , elastisitas β dan γ , serta biaya unit b dan c , yang masing-masing mencerminkan karakteristik spesifik destinasi wisata. Dengan demikian, T-CLEI memberikan alat ukur yang konkret dan berbasis teori untuk mengoperasionalkan konsep efisiensi alokatif pada level destinasi (Song et al., 2012).

PENUTUP

Kesimpulan

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan, dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut. Pertama, model *Tourism Capital–Leverage Efficiency Index* (T-CLEI) berhasil diformulasikan sebagai masalah optimasi fraksional $T(C, L) = \pi(C, L)/(C + L)$ di mana $\pi(C, L)$ berbasis fungsi produksi Cobb-Douglas. Model ini mengintegrasikan secara eksplisit tiga dimensi kunci efisiensi investasi pada sektor pariwisata: produktivitas modal, leverage, dan biaya operasional.

Kedua, solusi optimal T-CLEI terbukti eksis berdasarkan Teorema Nilai Ekstrem, dan bersifat unik di bawah kondisi $\beta + \gamma < 1$ sebagaimana dibuktikan melalui analisis Hessian, dimana β dan γ adalah elastisitas modal dan tingkat *leverage* pada profit. Kondisi $\beta + \gamma < 1$ secara ekonomi bermakna sebagai *decreasing returns to scale* (*diminishing marginal return*), yang merupakan karakteristik umum industri jasa pariwisata yang beroperasi dengan kapasitas infrastruktur terbatas.

Ketiga, kondisi optimalitas orde pertama menunjukkan bahwa pada titik efisiensi maksimum, produk marginal neto dari investasi modal dan leverage harus sama dengan nilai T-CLEI optimal. Kondisi ini memberikan panduan alokasi modal yang konkret dan operasional bagi manajer dan pengambil kebijakan destinasi wisata.

Keempat, kerangka statistik berbasis *Delta Method* yang dikembangkan dalam penelitian ini memungkinkan kuantifikasi ketidakpastian estimasi T-CLEI melalui aproksimasi varians dan konstruksi interval kepercayaan. Hal ini memperluas kegunaan model dari analisis deterministik ke ranah inferensi statistik.

Saran

Penelitian ini membuka beberapa arah pengembangan lebih lanjut. Pertama, diperlukan pengujian empiris model T-CLEI menggunakan data panel destinasi wisata, baik di Indonesia maupun secara internasional, untuk memvalidasi asumsi model dan mengestimasi parameter-parameter statistik yang digunakan. Kedua, integrasi dimensi keberlanjutan (*sustainability*) ke dalam model perlu dikembangkan dengan memasukkan variabel dampak lingkungan, sosial, dan tata kelola (ESG) ke dalam fungsi profit atau sebagai kendala optimasi. Ketiga, perluasan model ke kasus multidestinasi (*network optimization*) dapat memperkaya penerapannya dalam perencanaan kawasan pariwisata terpadu.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih yang tulus kepada Lembaga Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat (LPPM) STP ARS Internasional dan LPPM Universitas Teknologi Digital atas dukungan fasilitas dan sarana penelitian; serta kepada seluruh pihak

yang telah memberikan dukungan moral dan teknis, masukan kritis dan konstruktif selama proses penyusunan manuskrip—khususnya keluarga tercinta—yang menjadi sumber semangat dan keteguhan dalam menyelesaikan karya ini.

REFERENSI

- Bazaraa, M. S., Sherali, H. D., & Shetty, C. M. (2006). *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms* (3rd ed.). Hoboken: Wiley.
- Bazaraa, M. S., Sherali, H. D., & Shetty, C. M. (2006). *Nonlinear programming: Theory and algorithms* (3rd ed.). Wiley.
- Boyd, S., & Vandenberghe, L. (2004). *Convex optimization*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511804441>
- Brealey, R. A., Myers, S. C., & Allen, F. (2020). *Principles of corporate finance* (13th ed.). McGraw-Hill Education.
- Casella, G., & Berger, R. L. (2002). *Statistical inference* (2nd ed.). Duxbury Press.
- Dinkelbach, W. (1967). On nonlinear fractional programming. *Management Science*, 13(7), 492–498. <https://doi.org/10.1287/mnsc.13.7.492>
- Dwyer, L., Forsyth, P., & Dwyer, W. (2010). *Tourism economics and policy*. Channel View Publications. <https://doi.org/10.21832/9781845411534>
- Luenberger, D. G., & Ye, Y. (2016). *Linear and nonlinear programming* (4th ed.). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-18842-3>
- Rockafellar, R. T. (1970). *Convex analysis*. Princeton University Press. <https://doi.org/10.1515/9781400873173>
- Song, H., Dwyer, L., Li, G., & Cao, Z. (2012). Tourism economics research: A review and assessment. *Annals of Tourism Research*, 39(3), 1653–1682. <https://doi.org/10.1016/j.annals.2012.05.023>
- Tirole, J. (2006). *The theory of corporate finance*. Princeton University Press.
- World Tourism Organization. (2023). *International tourism highlights, 2023 edition – The impact of COVID-19 on tourism (2020–2022)*. UNWTO. <https://doi.org/10.18111/9789284424986>
- Wooldridge, J. M. (2010). *Econometric analysis of cross section and panel data* (2nd ed.). MIT Press.